

A. LÝ THUYẾT VỀ ĐỐI XỨNG TRỰC

Đối xứng trục là một trong những phép biến hình cơ bản trong hình học phẳng. Một hình được coi là có tính đối xứng trục nếu ta có thể "gấp" nó theo một đường thẳng mà hai nửa của hình đó trùng khít lên nhau.

1. Hai điểm đối xứng qua một đường thẳng

- **Định nghĩa:** Hai điểm M và M' được gọi là đối xứng với nhau qua đường thẳng d nếu d là đường trung trực của đoạn thẳng MM' .
- **Giải thích:** Điều này có nghĩa là đường thẳng d phải vuông góc với đoạn thẳng MM' tại trung điểm I của MM' .
- **Quy ước:** Nếu điểm M nằm trên đường thẳng d thì điểm đối xứng với M qua d cũng chính là M .

Ví dụ minh họa:

1. **Ví dụ 1:** Cho điểm $A(2; 5)$ và đường thẳng d là trục Ox (có phương trình $y = 0$). Tìm tọa độ điểm A' đối xứng với A qua d .

Giải: Vì d là trục Ox , đường thẳng AA' sẽ vuông góc với Ox và trung điểm I của AA' nằm trên Ox . Do đó, A' sẽ có cùng hoành độ với A và tung độ đối dấu. Vậy $A'(2; -5)$.

2. **Ví dụ 2:** Trong mặt phẳng, cho đoạn thẳng AB . Đường thẳng d là đường trung trực của AB . Khi đó, điểm A đối xứng với điểm B qua đường thẳng d và ngược lại.

2. Hai hình đối xứng qua một đường thẳng

- **Định nghĩa:** Hai hình H và H' được gọi là đối xứng với nhau qua đường thẳng d nếu **mỗi điểm thuộc hình H đều có điểm đối xứng qua d thuộc hình H' và ngược lại.**
- **Giải thích:** Nếu ta lấy bất kỳ điểm M nào trên hình H , tìm điểm M' đối xứng với M qua d thì M' sẽ nằm trên hình H' . Ngược lại cũng đúng. Đường thẳng d được gọi là trục đối xứng của hai hình đó.
- **Tính chất:** Nếu hai hình (đoạn thẳng, góc, tam giác, đường tròn) đối xứng với nhau qua một đường thẳng thì chúng bằng nhau.

Ví dụ minh họa:

1. **Ví dụ 1:** Cho tam giác ABC và đường thẳng d . Dựng tam giác $A'B'C'$ đối xứng với tam giác ABC qua d .
Cách dựng: Ta lần lượt lấy A' , B' , C' đối xứng với A , B , C qua d . Nối ba điểm A' , B' , C' ta được tam giác $A'B'C'$. Theo tính chất, ta có $\triangle ABC = \triangle A'B'C'$.
2. **Ví dụ 2:** Hai bờ của một con sông thẳng có thể được xem như hai đường thẳng song song, chúng đối xứng với nhau qua một đường thẳng d nằm giữa và song song với cả hai bờ.

3. Hình có trục đối xứng

- **Định nghĩa:** Một hình H được gọi là có trục đối xứng nếu **có một đường thẳng d sao cho phép đối xứng qua d biến hình H thành chính nó.** Đường thẳng d đó được gọi là trục đối xứng của hình H .

- **Giải thích:** Khi "lật" hình H qua đường thẳng d, ta vẫn nhận được chính hình H.

Các hình có trục đối xứng thường gặp:

- **Đoạn thẳng AB:** Có một trục đối xứng là đường trung trực của nó.
- **Góc (khác góc bẹt):** Có một trục đối xứng là tia phân giác của góc đó.
- **Tam giác cân:** Có một trục đối xứng là đường cao (đồng thời là trung tuyến, phân giác) xuất phát từ đỉnh cân.
- **Tam giác đều:** Có ba trục đối xứng, mỗi trục là một đường cao (đồng thời là trung tuyến, phân giác) của tam giác.
- **Hình thang cân:** Có một trục đối xứng là đường thẳng đi qua trung điểm của hai đáy.
- **Hình chữ nhật:** Có hai trục đối xứng, là hai đường thẳng đi qua trung điểm của các cặp cạnh đối diện.
- **Hình thoi:** Có hai trục đối xứng, chính là hai đường chéo của nó.
- **Hình vuông:** Có bốn trục đối xứng, bao gồm hai đường chéo và hai đường thẳng đi qua trung điểm các cặp cạnh đối diện.
- **Đường tròn:** Có vô số trục đối xứng, là bất kỳ đường thẳng nào đi qua tâm của nó.

B. LÝ THUYẾT VỀ ĐỐI XỨNG TÂM

Đối xứng tâm là phép biến hình liên quan đến một điểm cố định, gọi là tâm đối xứng. Một hình có tính đối xứng tâm nếu ta có thể xoay nó 180 độ quanh tâm đối xứng mà hình đó không thay đổi.

1. Hai điểm đối xứng qua một điểm

- **Định nghĩa:** Hai điểm M và M' được gọi là đối xứng với nhau qua điểm O nếu O là trung điểm của đoạn thẳng MM' .
- **Giải thích:** Ba điểm M, O, M' thẳng hàng và $OM = OM'$.
- **Quy ước:** Điểm đối xứng với điểm O qua chính nó là điểm O .

Ví dụ minh họa:

1. **Ví dụ 1:** Cho điểm $A(3; 4)$ và tâm đối xứng là gốc tọa độ $O(0; 0)$. Tìm tọa độ điểm A' đối xứng với A qua O .

Giải: Vì O là trung điểm của AA' , ta có $x_O = (x_A + x_{A'})/2$ và $y_O = (y_A + y_{A'})/2$. Thay số vào, ta được $0 = (3 + x_{A'})/2$ và $0 = (4 + y_{A'})/2$. Suy ra $x_{A'} = -3$ và $y_{A'} = -4$. Vậy $A'(-3; -4)$.

2. **Ví dụ 2:** Trên một đường thẳng, cho điểm I là trung điểm của đoạn thẳng PQ . Khi đó, P đối xứng với Q qua I .

2. Hai hình đối xứng qua một điểm

- **Định nghĩa:** Hai hình H và H' được gọi là đối xứng với nhau qua điểm O nếu mỗi điểm thuộc hình H đều có điểm đối xứng qua O thuộc hình H' và ngược lại.

- **Giải thích:** Điểm O được gọi là tâm đối xứng của hai hình đó. Phép đối xứng tâm biến hình H thành hình H'.
- **Tính chất:** Nếu hai hình (đoạn thẳng, góc, tam giác, đường tròn) đối xứng với nhau qua một điểm thì chúng bằng nhau.

Ví dụ minh họa:

1. **Ví dụ 1:** Cho tam giác ABC và điểm O. Dựng tam giác A'B'C' đối xứng với tam giác ABC qua O.

Cách dựng: Trên tia AO lấy điểm A' sao cho O là trung điểm AA'. Tương tự, dựng B' và C'. Nối ba điểm A', B', C' ta được tam giác A'B'C'. Ta có $\Delta ABC = \Delta A'B'C'$.

3. Hình có tâm đối xứng

- **Định nghĩa:** Một hình H được gọi là có tâm đối xứng nếu **có một điểm O sao cho phép đối xứng qua O biến hình H thành chính nó**. Điểm O đó được gọi là tâm đối xứng của hình H.
- **Giải thích:** Nếu lấy một điểm M bất kỳ thuộc hình H, thì điểm M' đối xứng với M qua O cũng phải thuộc hình H.

Các hình có tâm đối xứng thường gặp:

- **Đoạn thẳng AB:** Có tâm đối xứng là trung điểm I của AB.
- **Đường thẳng:** Bất kỳ điểm nào trên đường thẳng cũng là tâm đối xứng của nó.
- **Hình bình hành:** Có tâm đối xứng là giao điểm của hai đường chéo.

- **Hình chữ nhật:** Có tâm đối xứng là giao điểm của hai đường chéo.
- **Hình thoi:** Có tâm đối xứng là giao điểm của hai đường chéo.
- **Hình vuông:** Có tâm đối xứng là giao điểm của hai đường chéo.
- **Đường tròn:** Có tâm đối xứng chính là tâm của đường tròn.
- **Lục giác đều:** Có tâm đối xứng là giao điểm của các đường chéo chính.

C. BẢNG SO SÁNH ĐỐI XỨNG TRỰC VÀ ĐỐI XỨNG TÂM

Tiêu chí	Đối xứng trục	Đối xứng tâm
Yếu tố đối xứng	Một đường thẳng d (gọi là trục đối xứng)	Một điểm O (gọi là tâm đối xứng)
Định nghĩa hai điểm đối xứng (M và M')	Đường thẳng d là đường trung trực của đoạn thẳng MM'.	Điểm O là trung điểm của đoạn thẳng MM'.
Bản chất phép biến hình	Phép "lật" hình qua một đường thẳng.	Phép quay hình 180° quanh một điểm.
Tính chất	Biến một đường thẳng thành một đường thẳng, biến một đoạn thẳng thành một đoạn thẳng bằng nó, biến một tam giác thành một tam giác bằng nó.	Biến một đường thẳng thành một đường thẳng song song hoặc trùng với nó, biến một đoạn thẳng thành một đoạn thẳng bằng nó, biến một tam giác thành một tam giác bằng nó.
Ví dụ hình có tính đối xứng	Tam giác cân, hình thang cân, chữ cái A, H, M, V...	Hình bình hành, chữ cái H, I, N, S, Z...

Tiêu chí	Đối xứng trục	Đối xứng tâm
Lưu ý	Một hình có thể có một, nhiều hoặc vô số trục đối xứng (đường tròn), hoặc không có trục nào.	Một hình chỉ có thể có một tâm đối xứng duy nhất hoặc không có tâm nào.

D. MỘT SỐ VÍ DỤ VẬN DỤNG

Ví dụ 1: Chứng minh tính chất hình học

Đề bài: Cho hình bình hành ABCD. Gọi E là điểm đối xứng với D qua điểm A. Gọi F là điểm đối xứng với D qua điểm C. Chứng minh rằng E đối xứng với F qua điểm B.

Phân tích và giải:

- Để chứng minh E đối xứng với F qua B, ta cần chứng minh B là trung điểm của đoạn thẳng EF.
- **Xét tam giác ECF:**
 1. Vì E đối xứng với D qua A (giả thiết) nên A là trung điểm của ED. Do đó, CA là đường trung tuyến của tam giác ECD.
 2. Vì ABCD là hình bình hành (giả thiết) nên AB song song và bằng CD.
 3. Vì F đối xứng với D qua C (giả thiết) nên C là trung điểm của DF. Do đó, DC = CF.
 4. Từ (2) và (3) suy ra AB song song và bằng CF. Tứ giác ACFB có một cặp cạnh đối song song và bằng nhau nên ACFB là hình bình hành.

5. Suy ra AC song song với BF.

6. Tương tự, ta chứng minh được AEBC cũng là hình bình hành, suy ra AC song song với EB.

- **Kết luận:** Từ (5) và (6), theo tiên đềƠ-clit, ba điểm E, B, F phải thẳng hàng. Hơn nữa, vì ACFB và AEBC là các hình bình hành, ta có $BF = AC$ và $EB = AC$. Do đó, $EB = BF$. Vì E, B, F thẳng hàng và $EB = BF$ nên B là trung điểm của EF. Vậy E đối xứng với F qua điểm B (điều phải chứng minh).

Ví dụ 2: Tìm trục và tâm đối xứng của một hình

Đề bài: Cho một hình vuông ABCD. Hãy xác định tất cả các trục đối xứng và tâm đối xứng của nó.

Giải:

- **Tâm đối xứng:**

Tâm đối xứng của hình vuông là giao điểm O của hai đường chéo AC và BD.

Khi quay hình vuông 180 độ quanh điểm O, mỗi đỉnh sẽ di chuyển đến đỉnh đối diện (A đến C, B đến D) và hình vuông không thay đổi. Vậy hình vuông có 1 tâm đối xứng.

- **Trục đối xứng:**

Hình vuông có 4 trục đối xứng:

1. Đường thẳng chứa đường chéo AC.
2. Đường thẳng chứa đường chéo BD.
3. Đường thẳng đi qua trung điểm của hai cạnh đối AB và CD.
4. Đường thẳng đi qua trung điểm của hai cạnh đối AD và BC.

Khi gấp hình vuông theo bất kỳ đường thẳng nào trong 4 đường trên, hai nửa của hình vuông sẽ trùng khít lên nhau.

VIDOCU.COM