

Ứng Dụng Hệ Thức Lượng Trong Tam Giác Vuông:

Bài Toán Đo Chiều Cao

Trong thực tế, làm thế nào để chúng ta đo được chiều cao của một cái cây, một cột cờ hay một tòa nhà cao tầng mà không thể trèo lên đỉnh của nó? Câu trả lời nằm trong một công cụ mạnh mẽ của toán học: **Hệ thức lượng trong tam giác vuông**. Bài học này sẽ hướng dẫn các em cách biến một bài toán thực tế thành một mô hình tam giác vuông và giải quyết nó một cách dễ dàng.

1. Kiến thức cốt lõi: Tỷ số lượng giác của góc nhọn

Để giải được bài toán, chúng ta cần nắm vững các tỷ số lượng giác của một góc nhọn (góc α) trong tam giác vuông ABC (vuông tại A).

- **Cạnh huyền:** BC (cạnh lớn nhất, đối diện góc vuông)
- **Cạnh đối của góc α :** AC (cạnh đối diện với góc α)
- **Cạnh kề của góc α :** AB (cạnh kề với góc α , không phải cạnh huyền)

Các công thức tỷ số lượng giác:

- **$\sin(\alpha) = \text{Cạnh đối} / \text{Cạnh huyền}$**
- **$\cos(\alpha) = \text{Cạnh kề} / \text{Cạnh huyền}$**
- **$\tan(\alpha) = \text{Cạnh đối} / \text{Cạnh kề}$**
- **$\cot(\alpha) = \text{Cạnh kề} / \text{Cạnh đối}$**

Mẹo ghi nhớ: "Sin đi học (Đối/Huyền), Cos không hư (Kề/Huyền), Tan đoàn kết (Đối/Kề), Cot kết đoàn (Kề/Đối)".

Ví dụ cơ bản:

Cho tam giác ABC vuông tại A, có $AB = 3 \text{ cm}$, $AC = 4 \text{ cm}$. Tính các tỉ số lượng giác của góc B.

Giải:

1. Áp dụng định lý Pytago, ta tính được cạnh huyền BC: $BC^2 = AB^2 + AC^2 = 3^2 + 4^2 = 25 \Rightarrow BC = 5 \text{ cm}$.
2. Xác định các cạnh đối với góc B:
 - Cạnh đối: $AC = 4 \text{ cm}$
 - Cạnh kề: $AB = 3 \text{ cm}$
 - Cạnh huyền: $BC = 5 \text{ cm}$
3. Tính các tỉ số lượng giác:
 - **$\sin(B) = AC/BC = 4/5$**
 - **$\cos(B) = AB/BC = 3/5$**
 - **$\tan(B) = AC/AB = 4/3$**
 - **$\cot(B) = AB/AC = 3/4$**

2. Dụng cụ cần thiết cho bài toán thực tế

Để đo đạc ngoài thực địa, chúng ta cần:

1. **Giác kế:** Dụng cụ để đo góc. Trong bài toán này, chúng ta dùng giác kế để đo "góc nâng" - góc tạo bởi phương nhìn lên đỉnh vật và phương nằm ngang.
2. **Thước cuộn (hoặc thước dây):** Dùng để đo khoảng cách trên mặt đất.

3. Hướng dẫn chi tiết cách đo chiều cao cột cờ

Giả sử chúng ta cần đo chiều cao của cột cờ AB (A là đỉnh, B là chân cột cờ). Các bước thực hiện như sau:

Bước 1: Chuẩn bị và xác định vị trí

Đặt giác kế thẳng đứng tại một vị trí C trên mặt đất. Dùng thước cuộn đo khoảng cách từ chân cột cờ (B) đến vị trí đặt giác kế (C). Gọi khoảng cách này là $BC = d$.

Đo chiều cao từ mặt đất lên đến ống ngắm của giác kế. Gọi chiều cao này là h .

Bước 2: Đo góc nâng

Ngắm từ ống của giác kế lên đến đỉnh A của cột cờ. Đọc số đo góc tạo bởi tia ngắm và phương nằm ngang trên giác kế. Góc này được gọi là góc nâng, kí hiệu là α .

Bước 3: Lập mô hình toán học và tính toán

Từ các số liệu đã đo, ta có thể vẽ một sơ đồ mô tả bài toán.

Gọi D là điểm trên cột cờ có cùng độ cao với ống ngắm của giác kế. Khi đó, ta có một hình chữ nhật BDEC (với E là vị trí ống ngắm) và một tam giác vuông ADE vuông tại D.

Trong mô hình này:

- Chiều cao cột cờ cần tìm là **$AB = AD + DB$** .
- Ta đã biết **$DB = CE = h$** (chiều cao của giác kế).
- Ta có **$DE = BC = d$** (khoảng cách từ giác kế đến chân cột cờ).
- Góc nâng chính là góc **$ADE = \alpha$** .

Bây giờ, ta chỉ cần tìm độ dài đoạn AD. Xét tam giác vuông ADE:

- Ta biết cạnh kề $DE = d$.
- Ta biết góc α .
- Cần tìm cạnh đối AD.

Sử dụng công thức Tang:

$$\tan(\alpha) = \text{Cạnh đối} / \text{Cạnh kề} = AD / DE$$

$$\Rightarrow AD = DE * \tan(\alpha) = d * \tan(\alpha)$$

Cuối cùng, chiều cao của cột cờ là:

$$\text{Chiều cao } AB = AD + DB = (d * \tan(\alpha)) + h$$

4. Ví dụ minh họa cụ thể

Ví dụ 1:

Một học sinh muốn đo chiều cao cột cờ trong sân trường. Bạn đặt giác kế cách chân cột cờ 25 mét. Chiều cao của giác kế là 1,5 mét. Góc nâng đo được từ giác kế đến đỉnh cột cờ là 32° . Hỏi cột cờ cao bao nhiêu? (Làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

Giải:

1. Tóm tắt các dữ kiện:

- Khoảng cách $d = 25 \text{ m}$
- Chiều cao giác kế $h = 1,5 \text{ m}$
- Góc nâng $\alpha = 32^\circ$

2. Áp dụng công thức:

Phần chiều cao của cột cờ tính từ giác kế trở lên (đoạn AD) là:

$$AD = d * \tan(\alpha) = 25 * \tan(32^\circ)$$

Sử dụng máy tính bỏ túi, ta có $\tan(32^\circ) \approx 0,625$.

$$\Rightarrow AD \approx 25 * 0,625 = 15,625 \text{ m.}$$

3. Tính tổng chiều cao:

$$\text{Chiều cao cột cờ} = AD + h \approx 15,625 + 1,5 = 17,125 \text{ m.}$$

Kết luận: Cột cờ cao khoảng 17,13 mét.

Ví dụ 2:

Để đo chiều rộng của một con sông, một người quan sát đứng tại điểm A bên bờ này, nhìn thẳng sang một cái cây (C) ở bờ bên kia. Sau đó, người đó đi dọc bờ sông một khoảng 50 mét đến điểm B và đo được góc $ABC = 65^\circ$. Tính chiều rộng của con sông (đoạn AC).

Giải:

1. Lập mô hình:

Ta có tam giác ABC vuông tại A.

- Cạnh cần tìm là chiều rộng con sông: AC (cạnh đối của góc B).
- Cạnh đã biết là khoảng cách người đó di chuyển: $AB = 50 \text{ m}$ (cạnh kề của góc B).
- Góc đã biết: góc B = 65° .

2. Áp dụng công thức:

Sử dụng tỉ số lượng giác Tang:

$$\tan(B) = AC / AB$$

$$\Rightarrow AC = AB * \tan(B) = 50 * \tan(65^\circ)$$

Sử dụng máy tính, ta có $\tan(65^\circ) \approx 2,145$.

$$\Rightarrow AC \approx 50 * 2,145 = 107,25 \text{ m.}$$

Kết luận: Chiều rộng của con sông khoảng 107,25 mét.

5. Lưu ý quan trọng khi thực hành

- **Mặt đất phải bằng phẳng:** Để việc đo khoảng cách từ vật đến nơi quan sát được chính xác nhất.
- **Giác kế phải đặt thẳng đứng:** Để đảm bảo góc đo là chính xác.
- **Thực hiện đo nhiều lần:** Nên đo góc và khoảng cách vài lần rồi lấy giá trị trung bình để giảm sai số.
- **Mở rộng ứng dụng:** Phương pháp này không chỉ dùng để đo chiều cao mà còn có thể áp dụng để đo chiều rộng của sông, khoảng cách giữa hai vật thể không thể tiếp cận trực tiếp, và nhiều bài toán thực tế khác.

Như vậy, chỉ với những kiến thức cơ bản về hệ thức lượng trong tam giác vuông, chúng ta đã có thể giải quyết được những bài toán đo đạc tưởng chừng như rất phức tạp trong đời sống. Toán học thực sự ở quanh ta!

VIDOCU.COM