

Tổng hợp kiến thức: Làm quen với xác suất

Chào các em học sinh! Trong cuộc sống, chúng ta thường nghe những câu như "khả năng trời mưa hôm nay là 70%" hay "cơ hội trúng thưởng rất thấp". Đó chính là những ứng dụng của xác suất. Bài học hôm nay sẽ giúp các em làm quen với những khái niệm đầu tiên của xác suất và áp dụng để dự đoán kết quả trong các trò chơi quen thuộc.

I. Các khái niệm cơ bản

Để tính được xác suất, chúng ta cần hiểu rõ các thuật ngữ sau:

1. Phép thử ngẫu nhiên

Là một hành động hoặc một thí nghiệm mà chúng ta không thể biết trước được kết quả chính xác của nó, mặc dù đã biết tất cả các kết quả có thể xảy ra.

- **Ví dụ 1:** Tung một đồng xu lên không trung. Ta biết kết quả có thể là mặt sấp (S) hoặc mặt ngửa (N), nhưng không thể chắc chắn 100% mặt nào sẽ xuất hiện khi đồng xu rơi xuống.
- **Ví dụ 2:** Gieo một con xúc xắc 6 mặt. Ta biết kết quả có thể là một trong các mặt có số chấm từ 1 đến 6, nhưng không biết chính xác mặt nào sẽ xuất hiện.
- **Ví dụ 3:** Rút ngẫu nhiên một chiếc thẻ từ hộp kín chứa 5 thẻ đánh số từ 1 đến 5.

2. Tập hợp các kết quả có thể xảy ra (Không gian mẫu)

Là tập hợp tất cả các kết quả có thể có của một phép thử nghiệm ngẫu nhiên.

Ký hiệu là Ω (Omega).

- **Ví dụ 1 (Tung đồng xu):** Khi tung một đồng xu, có 2 kết quả có thể xảy ra là mặt sấp (S) hoặc mặt ngửa (N). Vậy tập hợp các kết quả là: $\Omega = \{S, N\}$. Số phần tử là 2.
- **Ví dụ 2 (Gieo xúc xắc):** Khi gieo một con xúc xắc 6 mặt, có 6 kết quả có thể xảy ra. Vậy tập hợp các kết quả là: $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Số phần tử là 6.

3. Biến cố

Biến cố là một kết quả hoặc một tập hợp các kết quả của phép thử nghiệm mà ta đang quan tâm.

- **Ví dụ:** Trong phép thử gieo xúc xắc, các biến cố có thể là:
 - A: "Gieo được mặt có số chấm là 6".
 - B: "Gieo được mặt có số chấm là số chẵn".
 - C: "Gieo được mặt có số chấm lớn hơn 4".

Có 3 loại biến cố đặc biệt:

1. **Biến cố chắc chắn:** Là biến cố chắc chắn sẽ xảy ra khi thực hiện phép thử.

Ví dụ: Gieo xúc xắc, biến cố D: "Gieo được mặt có số chấm nhỏ hơn 7" là biến cố chắc chắn.

2. **Biến cố không thể:** Là biến cố không bao giờ xảy ra khi thực hiện phép thử.
Ví dụ: Gieo xúc xắc, biến cố E: "Gieo được mặt có 7 chấm" là biến cố không thể.
3. **Biến cố ngẫu nhiên:** Là biến cố có thể xảy ra hoặc không xảy ra. Hầu hết các biến cố chúng ta xét đều là biến cố ngẫu nhiên.

II. Xác suất của biến cố

1. Kết quả thuận lợi

Là các kết quả của phép thử làm cho biến cố đó xảy ra.

- **Ví dụ 1:** Xét phép thử gieo xúc xắc và biến cố A: "Gieo được mặt có số chấm là số chẵn". Các kết quả có thể xảy ra là $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Các mặt có số chấm chẵn là 2, 4, 6. Vậy các kết quả thuận lợi cho biến cố A là $\{2, 4, 6\}$. Số kết quả thuận lợi là 3.
- **Ví dụ 2:** Xét phép thử tung đồng xu và biến cố B: "Tung được mặt ngửa". Các kết quả có thể xảy ra là $\{S, N\}$. Kết quả làm cho biến cố B xảy ra là N. Vậy kết quả thuận lợi cho biến cố B là $\{N\}$. Số kết quả thuận lợi là 1.

2. Công thức tính xác suất

Khi các kết quả của phép thử có khả năng xảy ra như nhau, xác suất của biến cố A, ký hiệu là $P(A)$, được tính bằng công thức:

$$P(A) = (\text{Số các kết quả thuận lợi cho A}) / (\text{Tổng số các kết quả có thể xảy ra})$$

Lưu ý:

- Xác suất của một biến cố luôn là một số lớn hơn hoặc bằng 0 và nhỏ hơn hoặc bằng 1. ($0 \leq P(A) \leq 1$).
- Xác suất của biến cố chắc chắn bằng 1.
- Xác suất của biến cố không thể bằng 0.

III. Áp dụng vào trò chơi tung đồng xu

1. Tung một đồng xu cân đối

Phép thử là tung một đồng xu. Đồng xu cân đối nghĩa là khả năng xuất hiện mặt sấp và mặt ngửa là như nhau.

- Tổng số kết quả có thể xảy ra: 2 (là S hoặc N).

Ví dụ 1: Tính xác suất để tung được mặt sấp.

- Gọi A là biến cố "Tung được mặt sấp".
- Số kết quả thuận lợi cho A là 1 (đó là S).
- Vậy xác suất của biến cố A là: $P(A) = 1/2 = 0.5$.

Ví dụ 2: Tính xác suất để tung được mặt ngửa.

- Gọi B là biến cố "Tung được mặt ngửa".
- Số kết quả thuận lợi cho B là 1 (đó là N).
- Vậy xác suất của biến cố B là: $P(B) = 1/2 = 0.5$.

IV. Áp dụng vào trò chơi gieo xúc xắc

1. Gieo một con xúc xắc 6 mặt cân đối

Phép thử là gieo một con xúc xắc. Xúc xắc cân đối nghĩa là khả năng xuất hiện các mặt là như nhau.

- Tổng số kết quả có thể xảy ra: 6 (là các mặt 1, 2, 3, 4, 5, 6).

Ví dụ 1: Tính xác suất gieo được mặt 5 chấm.

- Gọi C là biến cố "Gieo được mặt 5 chấm".
- Số kết quả thuận lợi cho C là 1 (đó là mặt 5).
- Vậy xác suất của biến cố C là: $P(C) = 1/6$.

Ví dụ 2: Tính xác suất gieo được mặt có số chấm là số chẵn.

- Gọi D là biến cố "Gieo được mặt có số chấm là số chẵn".
- Các kết quả thuận lợi cho D là {2, 4, 6}. Số kết quả thuận lợi là 3.
- Vậy xác suất của biến cố D là: $P(D) = 3/6 = 1/2$.

Ví dụ 3: Tính xác suất gieo được mặt có số chấm lớn hơn 2.

- Gọi E là biến cố "Gieo được mặt có số chấm lớn hơn 2".
- Các kết quả thuận lợi cho E là {3, 4, 5, 6}. Số kết quả thuận lợi là 4.
- Vậy xác suất của biến cố E là: $P(E) = 4/6 = 2/3$.

V. So sánh xác suất và dự đoán

Bằng cách so sánh xác suất của các biến cố, ta có thể dự đoán biến cố nào có khả năng xảy ra cao hơn.

- Nếu $P(A) > P(B)$, biến cố A có khả năng xảy ra cao hơn biến cố B.
- Nếu $P(A) = P(B)$, hai biến cố A và B có khả năng xảy ra như nhau.

Ví dụ: Khi gieo một con xúc xắc, so sánh khả năng xảy ra của hai biến cố sau:

- A: "Gieo được mặt có số chấm chia hết cho 3".
- B: "Gieo được mặt có số chấm là số nguyên tố".

Phân tích:

Tiêu chí	Biến cố A	Biến cố B
Kết quả thuận lợi	{3, 6}	{2, 3, 5}
Số kết quả thuận lợi	2	3
Xác suất	$P(A) = 2/6 = 1/3$	$P(B) = 3/6 = 1/2$

Kết luận: Vì $1/2 > 1/3$, nên $P(B) > P(A)$. Do đó, biến cố "Gieo được mặt có số chấm là số nguyên tố" có khả năng xảy ra cao hơn biến cố "Gieo được mặt có số chấm chia hết cho 3".

VI. Bài tập vận dụng

Hãy thử giải các bài tập sau để củng cố kiến thức nhé!

1. **Bài 1:** Một chiếc hộp có 10 lá thăm giống hệt nhau, được đánh số từ 1 đến 10. Rút ngẫu nhiên một lá thăm. Tính xác suất của các biến cố sau:
- a) A: "Rút được lá thăm ghi số 7".
 - b) B: "Rút được lá thăm ghi số chẵn".
 - c) C: "Rút được lá thăm ghi số lớn hơn 10".

Gợi ý giải:

- Tổng số kết quả có thể xảy ra là 10.
- a) Kết quả thuận lợi cho A là {7}. $P(A) = 1/10$.
- b) Kết quả thuận lợi cho B là {2, 4, 6, 8, 10}. $P(B) = 5/10 = 1/2$.
- c) Không có số nào lớn hơn 10. Đây là biến cố không thể. $P(C) = 0/10 = 0$.

2. **Bài 2:** An quay một vòng quay may mắn có 8 ô bằng nhau, các ô được ghi các số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8. Mũi tên sẽ dừng lại ở một ô ngẫu nhiên. Tính xác suất của biến cố "Mũi tên dừng ở ô ghi số chia hết cho 4".

Gợi ý giải:

- Tổng số kết quả có thể xảy ra là 8.
- Các số chia hết cho 4 từ 1 đến 8 là {4, 8}.
- Số kết quả thuận lợi là 2.
- Xác suất $= 2/8 = 1/4$.