

TỔNG HỢP KIẾN THỨC VỀ TẬP HỢP VÀ CÁC PHÉP TOÁN

A. CÁC KHÁI NIỆM CƠ BẢN VỀ TẬP HỢP

1. Tập hợp và phần tử

Khái niệm: Tập hợp là một khái niệm cơ bản của toán học, không định nghĩa, dùng để chỉ một sự tụ tập của các đối tượng có cùng một tính chất nào đó. Mỗi đối tượng trong tập hợp được gọi là một phần tử.

Ký hiệu:

- Tên tập hợp thường được ký hiệu bằng chữ cái in hoa: $A, B, C, \dots$
- Phần tử của tập hợp thường được ký hiệu bằng chữ cái in thường: $a, b, c, \dots$
- Ký hiệu $a \in A$ đọc là "a là một phần tử của tập hợp A" hoặc "a thuộc A".
- Ký hiệu $b \notin A$ đọc là "b không phải là phần tử của tập hợp A" hoặc "b không thuộc A".

Ví dụ:

- Cho tập hợp A là các số tự nhiên nhỏ hơn 5. Ta có $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$. Khi đó, $2 \in A$ và $6 \notin A$.
- Cho tập hợp B là các nguyên âm trong bảng chữ cái tiếng Việt. Ta có $B = \{a, e, i, o, u\}$. Khi đó, 'a' $\in B$ và 'b' $\notin B$.

2. Cách xác định một tập hợp

Có hai cách chính để xác định một tập hợp:

Cách 1: Liệt kê các phần tử của tập hợp

Viết các phần tử của tập hợp trong dấu ngoặc nhọn $\{\}$, các phần tử được ngăn cách bởi dấu phẩy hoặc chấm phẩy. Mỗi phần tử chỉ được liệt kê một lần, thứ tự liệt kê không quan trọng.

Ví dụ: Tập hợp A các số chẵn nhỏ hơn 10 là $A = \{0, 2, 4, 6, 8\}$.

Cách 2: Chỉ ra tính chất đặc trưng cho các phần tử của tập hợp

Mô tả tính chất chung mà tất cả các phần tử của tập hợp đều có và không có phần tử nào bên ngoài tập hợp có tính chất đó.

Cấu trúc: $A = \{x \mid P(x)\}$, trong đó $P(x)$ là tính chất đặc trưng của phần tử x .

Ví dụ: Tập hợp A các số chẵn nhỏ hơn 10 có thể viết là $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ là số chẵn và } x < 10\}$.

3. Tập hợp rỗng

Định nghĩa: Tập hợp rỗng là tập hợp không chứa phần tử nào.

Ký hiệu: $\emptyset$

Ví dụ:

- Tập hợp các số tự nhiên vừa chẵn vừa lẻ là tập hợp rỗng.
- Tập hợp $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 + 1 = 0\}$ là tập hợp rỗng, vì phương trình $x^2 + 1 = 0$ vô nghiệm trên tập số thực. Ta viết $A = \emptyset$.

4. Tập hợp con

Định nghĩa: Nếu mọi phần tử của tập hợp A đều là phần tử của tập hợp B thì ta nói A là một tập hợp con của B.

Ký hiệu: $A \subset B$ (đọc là A là tập con của B, hoặc A được chứa trong B).

Cấu trúc: $A \subset B \Leftrightarrow (\forall x, x \in A \Rightarrow x \in B)$

Tính chất:

- Với mọi tập hợp A, ta luôn có $A \subset A$.
- Với mọi tập hợp A, ta luôn có $\emptyset \subset A$.
- Nếu $A \subset B$ và $B \subset C$ thì $A \subset C$ (tính chất bắc cầu).

Ví dụ:

- Cho $A = \{1, 2\}$ và $B = \{1, 2, 3, 4\}$. Vì mọi phần tử của A (là 1 và 2) đều thuộc B, nên $A \subset B$.
- Tập hợp các số tự nhiên N là tập con của tập hợp các số nguyên Z. Ta viết $N \subset Z$.

5. Hai tập hợp bằng nhau

Định nghĩa: Hai tập hợp A và B được gọi là bằng nhau nếu mọi phần tử của A đều là phần tử của B và ngược lại.

Ký hiệu: $A = B$

Cấu trúc: $A = B \Leftrightarrow (A \subset B \text{ và } B \subset A)$

Ví dụ:

- Cho $A = \{1, 2, 3\}$ và $B = \{3, 1, 2\}$. Ta thấy $A \subset B$ và $B \subset A$, do đó $A = B$.
- Cho $E = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ là số chẵn nhỏ hơn } 5\}$ và $F = \{0, 2, 4\}$. Ta có $E = F$.

6. Các tập hợp con của tập hợp số thực R

Trong tập hợp số thực R, ta thường dùng các tập con đặc biệt gọi là khoảng, đoạn, nửa khoảng.

Ký hiệu	Tên gọi	Tập hợp
$[a; b]$	Đoạn	$\{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\}$
$(a; b)$	Khoảng	$\{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$
$[a; b)$	Nửa khoảng	$\{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x < b\}$
$(a; b]$	Nửa khoảng	$\{x \in \mathbb{R} \mid a < x \leq b\}$
$[a; +\infty)$	Nửa khoảng	$\{x \in \mathbb{R} \mid x \geq a\}$
$(a; +\infty)$	Khoảng	$\{x \in \mathbb{R} \mid x > a\}$
$(-\infty; b]$	Nửa khoảng	$\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq b\}$
$(-\infty; b)$	Khoảng	$\{x \in \mathbb{R} \mid x < b\}$

B. CÁC PHÉP TOÁN TRÊN TẬP HỢP

1. Phép giao của hai tập hợp

Định nghĩa: Giao của hai tập hợp A và B là một tập hợp gồm các phần tử chung của cả A và B.

Ký hiệu: $A \cap B$

Cấu trúc: $A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ và } x \in B\}$

Ví dụ 1: Cho $A = \{1, 2, 3, 4\}$ và $B = \{3, 4, 5, 6\}$.

Các phần tử chung của A và B là 3 và 4.

Vậy $A \cap B = \{3, 4\}$.

Ví dụ 2: Cho $A = [-2; 5)$ và $B = (1; 7]$.

Để tìm giao, ta biểu diễn trên trục số. Phần chung của hai tập hợp là từ 1 đến 5 (không bao gồm 5).

Vậy $A \cap B = (1; 5)$.

2. Phép hợp của hai tập hợp

Định nghĩa: Hợp của hai tập hợp A và B là một tập hợp gồm các phần tử thuộc A hoặc thuộc B .

Ký hiệu: $A \cup B$

Cấu trúc: $A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ hoặc } x \in B\}$

Ví dụ 1: Cho $A = \{1, 2, 3\}$ và $B = \{2, 3, 4, 5\}$.

Các phần tử thuộc A hoặc thuộc B là 1, 2, 3, 4, 5.

Vậy $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$.

Ví dụ 2: Cho $A = (-\infty; 3]$ và $B = (0; +\infty)$.

Khi hợp hai tập hợp này trên trục số, ta lấy tất cả các phần tử từ $-\infty$ đến $+\infty$.

Vậy $A \cup B = (-\infty; +\infty) = \mathbb{R}$.

3. Phép hiệu của hai tập hợp

Định nghĩa: Hiệu của hai tập hợp A và B là một tập hợp gồm các phần tử thuộc A nhưng không thuộc B.

Ký hiệu: $A \setminus B$

Cấu trúc: $A \setminus B = \{x \mid x \in A \text{ và } x \notin B\}$

Ví dụ 1: Cho $A = \{1, 2, 3, 4\}$ và $B = \{3, 4, 5, 6\}$.

Các phần tử thuộc A nhưng không thuộc B là 1 và 2.

Vậy $A \setminus B = \{1, 2\}$.

Ví dụ 2: Cho $A = [1; 5]$ và $B = (3; 6)$.

Ta lấy phần của A và bỏ đi phần chung với B. Phần chung là $(3; 5]$.

Vậy $A \setminus B = [1; 3]$.

4. Phần bù của một tập hợp

Định nghĩa: Khi B là một tập hợp con của A ($B \subset A$), thì hiệu $A \setminus B$ được gọi là phần bù của B trong A.

Ký hiệu: $C_A B$

Cấu trúc: $C_A B = A \setminus B = \{x \mid x \in A \text{ và } x \notin B\}$

Ví dụ 1: Cho $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ và $B = \{1, 3, 5\}$. Ta thấy $B \subset A$.

Phần bù của B trong A là các phần tử thuộc A nhưng không thuộc B.

Vậy $C_A B = A \setminus B = \{0, 2, 4\}$.

Ví dụ 2: Tìm phần bù của tập hợp $[-1; 2)$ trong $\mathbb{R}$.

Ta có $C_{\mathbb{R}}[-1; 2) = \mathbb{R} \setminus [-1; 2)$.

Đây là tập hợp các số thực không thuộc $[-1; 2)$, tức là các số nhỏ hơn -1 hoặc các số lớn hơn hoặc bằng 2.

Vậy $C_{\mathbb{R}}[-1; 2) = (-\infty; -1) \cup [2; +\infty)$.

VIDOCU.COM