

Tổng hợp kiến thức về Hình chữ nhật

Hình chữ nhật là một trong những tứ giác đặc biệt và quen thuộc nhất trong chương trình hình học. Tài liệu này sẽ hệ thống hóa toàn bộ kiến thức từ cơ bản đến nâng cao về hình chữ nhật, giúp các em học sinh lớp 8 nắm vững lý thuyết và áp dụng hiệu quả vào giải bài tập.

I. Định nghĩa Hình chữ nhật

1. Khái niệm

Định nghĩa: Hình chữ nhật là tứ giác có bốn góc vuông.

Từ định nghĩa này, ta có thể suy ra hình chữ nhật ABCD có: $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90^\circ$.

Lưu ý: Hình chữ nhật cũng là một hình thang cân (vì có hai cạnh đối song song và hai góc kề một đáy bằng nhau) và cũng là một hình bình hành (vì có các cạnh đối song song).

2. Ví dụ

- Ví dụ 1:** Tứ giác MNPQ có $\angle M = 90^\circ$, $\angle N = 90^\circ$, $\angle P = 90^\circ$. Hỏi MNPQ có phải là hình chữ nhật không?

Giải: Tổng các góc trong một tứ giác là 360° . Do đó, $\angle Q = 360^\circ - (\angle M + \angle N + \angle P) = 360^\circ - (90^\circ + 90^\circ + 90^\circ) = 90^\circ$. Vì tứ giác MNPQ có bốn góc vuông nên nó là hình chữ nhật.

- **Ví dụ 2:** Mặt bàn, màn hình điện thoại, một trang sách... là những ví dụ thực tế về hình chữ nhật.

II. Tính chất của Hình chữ nhật

Vì hình chữ nhật là một trường hợp đặc biệt của hình bình hành và hình thang cân, nó mang đầy đủ tất cả các tính chất của hai hình này.

• 1. Tính chất về cạnh

Trong hình chữ nhật, các cạnh đối song song và bằng nhau.

Công thức: Cho hình chữ nhật ABCD, ta có: **$AB \parallel CD$; $AD \parallel BC$** và **$AB = CD$; $AD = BC$** .

Ví dụ: Cho hình chữ nhật ABCD có cạnh $AB = 8 \text{ cm}$ và cạnh $BC = 5 \text{ cm}$. Tính độ dài các cạnh còn lại.

Giải: Vì ABCD là hình chữ nhật nên các cạnh đối bằng nhau. Do đó, $CD = AB = 8 \text{ cm}$ và $AD = BC = 5 \text{ cm}$.

• 2. Tính chất về góc

Trong hình chữ nhật, tất cả các góc đều là góc vuông.

Công thức: **$\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90^\circ$** .

Ví dụ: Cho hình chữ nhật MNPQ. Góc N có số đo là bao nhiêu?

Giải: Theo định nghĩa và tính chất của hình chữ nhật, tất cả các góc đều bằng 90° . Vậy $\angle N = 90^\circ$.

• 3. Tính chất về đường chéo

Trong hình chữ nhật, hai đường chéo có các tính chất sau:

1. Hai đường chéo bằng nhau.
2. Hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường.

Công thức: Cho hình chữ nhật ABCD có hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại O. Ta có: **$AC = BD$** và **$OA = OB = OC = OD$** .

Ví dụ 1: Cho hình chữ nhật ABCD có đường chéo $AC = 10$ cm. Tính độ dài đường chéo BD.

Giải: Trong hình chữ nhật, hai đường chéo bằng nhau. Vậy $BD = AC = 10$ cm.

Ví dụ 2: Cho hình chữ nhật MNPQ có hai đường chéo MP và NQ cắt nhau tại I. Biết $MP = 12$ cm. Tính độ dài đoạn thẳng IN.

Giải: Vì MNPQ là hình chữ nhật, hai đường chéo bằng nhau và cắt nhau tại trung điểm mỗi đường. Ta có $NQ = MP = 12$ cm. I là trung điểm của NQ nên $IN = NQ / 2 = 12 / 2 = 6$ cm.

III. Dấu hiệu nhận biết Hình chữ nhật

Để chứng minh một tứ giác là hình chữ nhật, ta có thể sử dụng một trong các dấu hiệu sau:

1. 1. Tứ giác có ba góc vuông

Giải thích: Nếu một tứ giác có ba góc vuông, tổng ba góc đó là 270° . Vì tổng các góc trong một tứ giác là 360° , góc còn lại cũng phải bằng 90° . Do đó, tứ giác có bốn góc vuông và là hình chữ nhật.

Ví dụ: Tứ giác ABCD có $\angle A = \angle B = \angle D = 90^\circ$. Chứng minh ABCD là hình chữ nhật.

Giải: Xét tứ giác ABCD, ta có $\angle C = 360^\circ - (\angle A + \angle B + \angle D) = 360^\circ - (90^\circ + 90^\circ + 90^\circ) = 90^\circ$. Tứ giác có 4 góc vuông nên là hình chữ nhật.

2. 2. Hình thang cân có một góc vuông

Giải thích: Giả sử hình thang cân ABCD ($AB \parallel CD$) có $\angle D = 90^\circ$. Vì là hình thang cân nên $\angle C = \angle D = 90^\circ$. Lại có $AB \parallel CD$ nên $\angle A + \angle D = 180^\circ$ (hai góc trong cùng phía), suy ra $\angle A = 90^\circ$. Tương tự, $\angle B = 90^\circ$. Vậy tứ giác có bốn góc vuông, là hình chữ nhật.

Ví dụ: Cho hình thang cân MNPQ ($MN \parallel PQ$) có góc $P = 90^\circ$. Tứ giác MNPQ là hình gì?

Giải: Vì MNPQ là hình thang cân có một góc vuông nên MNPQ là hình chữ nhật.

3. 3. Hình bình hành có một góc vuông

Giải thích: Giả sử hình bình hành ABCD có $\angle A = 90^\circ$. Vì các góc đối của hình bình hành bằng nhau nên $\angle C = \angle A = 90^\circ$. Các góc kề một cạnh bù nhau nên $\angle B = 180^\circ - \angle A = 90^\circ$ và $\angle D = 180^\circ - \angle A = 90^\circ$. Vậy tứ giác có bốn góc

vuông, là hình chữ nhật.

Ví dụ: Cho hình bình hành EFGH có $\angle E = 90^\circ$. Chứng minh EFGH là hình chữ nhật.

Giải: Hình bình hành EFGH có một góc vuông ($\angle E = 90^\circ$) nên EFGH là hình chữ nhật.

4. 4. Hình bình hành có hai đường chéo bằng nhau

Giải thích: Đây là một dấu hiệu quan trọng để phân biệt hình chữ nhật với các hình bình hành khác (không phải là hình chữ nhật).

Ví dụ: Cho hình bình hành ABCD có hai đường chéo $AC = BD$. Chứng minh ABCD là hình chữ nhật.

Giải: Theo dấu hiệu nhận biết, hình bình hành có hai đường chéo bằng nhau là hình chữ nhật. Vậy ABCD là hình chữ nhật.

IV. Áp dụng vào tam giác vuông

Tính chất đường chéo của hình chữ nhật dẫn đến một định lý rất quan trọng trong tam giác vuông.

1. Định lý về đường trung tuyến ứng với cạnh huyền

Định lý thuận: Trong một tam giác vuông, đường trung tuyến ứng với cạnh huyền bằng một nửa cạnh huyền.

Giải thích: Xét tam giác ABC vuông tại A, trung tuyến AM. Lấy điểm D đối xứng với A qua M. Dễ dàng chứng minh được tứ giác ABDC là hình bình hành. Mà $\angle BAC = 90^\circ$, nên ABDC là hình chữ nhật. Do đó, hai đường chéo AD và BC bằng

nhau và cắt nhau tại trung điểm M. Vậy $AM = MD = MB = MC$, suy ra **$AM = 1/2 BC$** .

Ví dụ: Cho tam giác ABC vuông tại A, cạnh huyền $BC = 14$ cm. Gọi M là trung điểm của BC. Tính độ dài đoạn AM.

Giải: Vì tam giác ABC vuông tại A, AM là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền BC. Theo định lý, $AM = 1/2 BC = 1/2 * 14 = 7$ cm.

2. Định lý đảo

Định lý đảo: Nếu một tam giác có đường trung tuyến ứng với một cạnh bằng nửa cạnh ấy thì tam giác đó là tam giác vuông.

Giải thích: Đây là công cụ mạnh để chứng minh một tam giác là tam giác vuông khi biết độ dài các cạnh và đường trung tuyến.

Ví dụ: Cho tam giác DEF có cạnh $EF = 20$ cm. Gọi I là trung điểm của EF. Biết độ dài đường trung tuyến $DI = 10$ cm. Tam giác DEF là tam giác gì?

Giải: Xét tam giác DEF, ta có đường trung tuyến $DI = 10$ cm và cạnh $EF = 20$ cm. Nhận thấy $DI = 1/2 EF$. Theo định lý đảo, tam giác DEF vuông tại D.

V. Công thức tính toán liên quan đến Hình chữ nhật

Gọi chiều dài của hình chữ nhật là **a** và chiều rộng là **b**.

1. Chu vi hình chữ nhật

Công thức: Chu vi (P) của hình chữ nhật bằng hai lần tổng của chiều dài và chiều rộng.

$$P = 2 * (a + b)$$

Ví dụ: Một mảnh vườn hình chữ nhật có chiều dài 15m và chiều rộng 10m. Tính chu vi của mảnh vườn.

Giải: Áp dụng công thức, chu vi mảnh vườn là $P = 2 * (15 + 10) = 2 * 25 = 50$ m.

2. Diện tích hình chữ nhật

Công thức: Diện tích (S) của hình chữ nhật bằng tích của chiều dài và chiều rộng.

$$S = a * b$$

Ví dụ: Tính diện tích của mảnh vườn hình chữ nhật nói trên.

Giải: Áp dụng công thức, diện tích mảnh vườn là $S = 15 * 10 = 150 \text{ m}^2$.

VI. So sánh Hình chữ nhật và các tứ giác đặc biệt khác

Bảng dưới đây giúp phân biệt hình chữ nhật với các tứ giác quen thuộc khác dựa trên các tính chất cơ bản.

Đặc điểm	Hình bình hành	Hình chữ nhật	Hình thoi	Hình vuông
Cạnh	Các cạnh đối bằng nhau	Các cạnh đối bằng nhau	Bốn cạnh bằng nhau	Bốn cạnh bằng nhau
Góc	Các góc đối bằng nhau	Bốn góc vuông	Các góc đối bằng nhau	Bốn góc vuông
Đường chéo	Cắt nhau tại trung điểm mỗi đường	Bằng nhau và cắt nhau tại trung điểm mỗi đường	Vuông góc và cắt nhau tại trung điểm mỗi đường	Bằng nhau, vuông góc và cắt nhau tại trung điểm mỗi đường

Kết luận: Hình vuông là trường hợp đặc biệt nhất, vừa là hình chữ nhật (có 4 góc vuông), vừa là hình thoi (có 4 cạnh bằng nhau).