

Chuyên đề: Góc với đường tròn (Phần 1)

Trong chương trình Toán học lớp 9, phần kiến thức về các góc với đường tròn là vô cùng quan trọng, là nền tảng để giải quyết các bài toán hình học phẳng phức tạp. Chuyên đề này sẽ tổng hợp đầy đủ và chi tiết về hai loại góc cơ bản: Góc nội tiếp và Góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung.

A. GÓC NỘI TIẾP

1. Định nghĩa

Góc nội tiếp là góc có đỉnh nằm trên đường tròn và hai cạnh chứa hai dây cung của đường tròn đó.

- **Đỉnh:** Nằm trên đường tròn.
- **Hai cạnh:** Là hai dây cung của đường tròn.
- Cung nằm bên trong góc được gọi là **cung bị chắn**.

Ví dụ: Trong đường tròn (O), góc BAC có đỉnh A nằm trên đường tròn, hai cạnh AB và AC là hai dây cung. Do đó, $\angle BAC$ là góc nội tiếp. Cung nhỏ BC là cung bị chắn.

2. Định lý

Trong một đường tròn, số đo của góc nội tiếp bằng nửa số đo của cung bị chắn.

Công thức: $\angle BAC = 1/2 \text{ số đo cung BC}$

Ví dụ minh họa:

1. **Ví dụ 1:** Cho đường tròn (O) và cung BC có số đo là 100° . Điểm A là một điểm bất kỳ trên cung lớn BC. Tính số đo góc BAC.

Giải: Vì $\angle BAC$ là góc nội tiếp chắn cung nhỏ BC nên ta có:

$$\angle BAC = \frac{1}{2} \text{ số cung BC} = \frac{1}{2} * 100^\circ = 50^\circ.$$

2. **Ví dụ 2:** Cho đường tròn (O) và góc nội tiếp $\angle MNP = 45^\circ$. Tính số đo cung bị chắn MP.

Giải: Theo định lí về góc nội tiếp, ta có $\angle MNP = \frac{1}{2}$ số cung MP.

Suy ra: số cung MP = $2 * \angle MNP = 2 * 45^\circ = 90^\circ$.

3. Hệ quả

Từ định lí về góc nội tiếp, ta có các hệ quả quan trọng sau đây, thường được sử dụng trong chứng minh hình học:

- **Hệ quả 1:** Các góc nội tiếp bằng nhau chắn các cung bằng nhau.

Tức là: Nếu $\angle BAC = \angle EDF$ thì số cung BC = số cung EF.

- **Hệ quả 2:** Các góc nội tiếp cùng chắn một cung hoặc chắn các cung bằng nhau thì bằng nhau.

Ví dụ: Cho hai điểm B, C cố định trên đường tròn (O). Các điểm A, A' di chuyển trên cung lớn BC. Khi đó, các góc $\angle BAC$ và $\angle BA'C$ luôn bằng nhau vì chúng cùng chắn cung nhỏ BC.

- **Hệ quả 3:** Góc nội tiếp (nhỏ hơn hoặc bằng 90°) có số đo bằng nửa số đo của góc ở tâm cùng chắn một cung.

Ví dụ: Trong đường tròn (O), $\angle BAC$ là góc nội tiếp và $\angle BOC$ là góc ở tâm

cùng chắn cung BC. Ta có: $\angle BAC = 1/2 \angle BOC$.

- **Hệ quả 4:** Góc nội tiếp chắn nửa đường tròn là góc vuông (90°).

Giải thích: Nếu BC là đường kính của đường tròn (O) và A là một điểm trên đường tròn (A khác B và C), thì $\angle BAC$ là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn (cung BC có số đo 180°). Do đó: $\angle BAC = 1/2$ số đo cung BC $= 1/2 * 180^\circ = 90^\circ$. Đây là một hệ quả cực kỳ quan trọng dùng để chứng minh tam giác vuông.

B. GÓC TẠO BỞI TIA TIẾP TUYẾN VÀ DÂY CUNG

1. Định nghĩa

Góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung là góc có đỉnh tại tiếp điểm, một cạnh là tia tiếp tuyến và cạnh kia chứa dây cung của đường tròn.

- **Đỉnh:** Là tiếp điểm.
- **Một cạnh:** Là một tia tiếp tuyến.
- **Cạnh còn lại:** Chứa một dây cung đi qua tiếp điểm.

Ví dụ: Cho đường tròn (O) và tiếp tuyến xy tại tiếp điểm A. Kẻ dây cung AB. Khi đó, các góc $\angle xAB$ và $\angle yAB$ là các góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung. Cung AmB nằm bên trong góc $\angle xAB$ được gọi là cung bị chắn.

2. Định lý

Số đo của góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung bằng nửa số đo của cung bị chắn.

Công thức: $\angle xAB = 1/2$ số đo cung AmB

Ví dụ minh họa:

1. **Ví dụ 1:** Cho đường tròn (O) có tiếp tuyến xy tại A. Kẻ dây cung AB. Biết số cung $\text{AmB} = 140^\circ$. Tính số đo góc xAB.

Giải: Theo định lí, ta có:

$$\angle \text{xAB} = \frac{1}{2} \text{ số cung AmB} = \frac{1}{2} * 140^\circ = 70^\circ.$$

2. **Ví dụ 2:** Cho đường tròn (O) và tiếp tuyến d tại M. Kẻ dây cung MN. Biết $\angle \text{dMN} = 60^\circ$. Tính số đo cung nhỏ MN.

Giải: Ta có $\angle \text{dMN}$ là góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung MN, chắn cung nhỏ MN.

$$\text{Suy ra: số cung MN} = 2 * \angle \text{dMN} = 2 * 60^\circ = 120^\circ.$$

3. Hệ quả

Đây là một hệ quả rất hay được sử dụng trong các bài toán chứng minh:

Trong một đường tròn, góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung và góc nội tiếp cùng chắn một cung thì bằng nhau.

Ví dụ: Trong đường tròn (O), cho tiếp tuyến xy tại A và dây cung AB. Lấy điểm C bất kỳ trên cung lớn AB. Khi đó, góc $\angle \text{xAB}$ (góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung) và góc $\angle \text{ACB}$ (góc nội tiếp) cùng chắn cung nhỏ AmB. Do đó, ta có:

$$\angle \text{xAB} = \angle \text{ACB}$$

Hệ quả này là công cụ mạnh để chứng minh các tam giác đồng dạng hoặc chứng minh hai góc bằng nhau.

C. SO SÁNH VÀ BÀI TẬP VẬN DỤNG

1. Bảng so sánh Góc nội tiếp và Góc tạo bởi tia tiếp tuyến & dây cung

Tiêu chí	Góc nội tiếp	Góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung
Vị trí đỉnh	Nằm trên đường tròn	Nằm trên đường tròn (tại tiếp điểm)
Cấu tạo cạnh	Hai cạnh là hai dây cung	Một cạnh là tia tiếp tuyến, một cạnh là dây cung
Tính chất số đo	Số đo của góc bằng nửa số đo cung bị chắn	

2. Bài tập vận dụng

1. **Bài 1:** Cho đường tròn (O; R) và hai điểm A, B trên đường tròn sao cho số cung $AB = 80^\circ$. Lấy điểm M trên cung lớn AB. Tính số đo góc AMB.
- Hướng dẫn:* $\angle AMB$ là góc nội tiếp chắn cung nhỏ AB. Áp dụng định lí góc nội tiếp.
- Giải:* $\angle AMB = 1/2$ số cung $AB = 1/2 * 80^\circ = 40^\circ$.
2. **Bài 2:** Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O) có AB là đường kính. Biết góc $ABC = 35^\circ$. Tính số đo các góc còn lại của tam giác ABC.
- Hướng dẫn:* Sử dụng hệ quả góc nội tiếp chắn nửa đường tròn là góc vuông.
- Giải:*
- Vì tam giác ABC nội tiếp đường tròn có cạnh AB là đường kính nên $\angle ACB$ là

góc nội tiếp chắn nửa đường tròn. Suy ra $\angle ACB = 90^\circ$. - Trong tam giác vuông ABC, ta có: $\angle BAC = 90^\circ - \angle ABC = 90^\circ - 35^\circ = 55^\circ$. - Vậy, $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle BAC = 55^\circ$.

3. **Bài 3:** Cho đường tròn (O) và điểm A nằm ngoài đường tròn. Kẻ tiếp tuyến AT với đường tròn (T là tiếp điểm). Trên đường tròn lấy điểm B sao cho $TB = R$ và B nằm trên cung lớn AT. Tính số đo góc ATB.

Hướng dẫn: Tính số đo cung TB dựa vào mối liên hệ giữa dây và bán kính, sau đó áp dụng định lý góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung.

Giải:

- Xét tam giác OTB, có $OT = OB = TB = R$. Vậy tam giác OTB là tam giác đều.
- Suy ra $\angle TOB = 60^\circ$. Đây là góc ở tâm chắn cung TB. Vậy số đo cung TB = 60° .
- Góc ATB là góc tạo bởi tia tiếp tuyến AT và dây cung TB, chắn cung TB.
- Do đó, $\angle ATB = \frac{1}{2}$ số đo cung TB = $\frac{1}{2} * 60^\circ = 30^\circ$.