

Tổng hợp kiến thức về Hình bình hành và Hình chữ nhật

Đây là tài liệu ôn tập chi tiết, hệ thống hóa toàn bộ kiến thức về định nghĩa, tính chất và dấu hiệu nhận biết của hình bình hành và hình chữ nhật, giúp học sinh nắm vững và vận dụng giải bài tập hiệu quả.

A. HÌNH BÌNH HÀNH

1. Định nghĩa

Định nghĩa: Hình bình hành là tứ giác có các cạnh đối song song.

Tứ giác ABCD là hình bình hành $\Leftrightarrow AB \parallel CD$ và $AD \parallel BC$.

Ví dụ:

Trong hình vẽ dưới đây, tứ giác ABCD có cạnh AB song song với cạnh CD và cạnh AD song song với cạnh BC. Do đó, ABCD là một hình bình hành.

2. Tính chất

Nếu một tứ giác là hình bình hành thì nó có các tính chất sau:

- **Về cạnh:** Các cạnh đối bằng nhau.

Công thức: Trong hình bình hành ABCD, ta có $AB = CD$ và $AD = BC$.

Ví dụ 1: Cho hình bình hành MNPQ có $MN = 6$ cm và $NP = 4$ cm. Khi đó, cạnh đối PQ sẽ bằng 6 cm và cạnh đối MQ sẽ bằng 4 cm.

- **Về góc:** Các góc đối bằng nhau.

Công thức: Trong hình bình hành ABCD, ta có $\angle A = \angle C$ và $\angle B = \angle D$.

Ví dụ 2: Cho hình bình hành ABCD có $\angle A = 110^\circ$. Khi đó, góc đối diện là $\angle C$ cũng bằng 110° . Vì tổng hai góc kề một cạnh bằng 180° , ta có $\angle B = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$, và góc đối của nó là $\angle D$ cũng bằng 70° .

- **Về đường chéo:** Hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường.

Công thức: Trong hình bình hành ABCD, hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại O. Khi đó, O là trung điểm của AC ($OA = OC$) và O cũng là trung điểm của BD ($OB = OD$).

Ví dụ 3: Cho hình bình hành EFGH có hai đường chéo EG và FH cắt nhau tại I. Nếu biết độ dài đường chéo $EG = 10$ cm, thì $IE = IG = 10/2 = 5$ cm.

3. Dấu hiệu nhận biết

Để chứng minh một tứ giác là hình bình hành, ta có thể sử dụng một trong năm dấu hiệu sau:

1. **Tứ giác có các cạnh đối song song là hình bình hành.** (Đây là định nghĩa)

2. **Tứ giác có các cạnh đối bằng nhau là hình bình hành.**

Ví dụ: Tứ giác ABCD có $AB = CD$ và $BC = DA$ thì ABCD là hình bình hành.

3. **Tứ giác có hai cạnh đối vừa song song vừa bằng nhau là hình bình hành.**

Ví dụ: Tứ giác MNPQ có $MN \parallel PQ$ và $MN = PQ$ thì MNPQ là hình bình hành.

4. Tứ giác có các góc đối bằng nhau là hình bình hành.

Ví dụ: Tứ giác EFGH có $\angle E = \angle G$ và $\angle F = \angle H$ thì EFGH là hình bình hành.

5. Tứ giác có hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường là hình bình hành.

Ví dụ: Tứ giác XYZT có hai đường chéo XZ và YT cắt nhau tại O. Nếu $OX = OZ$ và $OY = OT$ thì XYZT là hình bình hành.

B. HÌNH CHỮ NHẬT

1. Định nghĩa

Định nghĩa: Hình chữ nhật là tứ giác có bốn góc vuông.

Tứ giác ABCD là hình chữ nhật $\Leftrightarrow \angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90^\circ$.

Lưu ý: Từ định nghĩa, ta suy ra hình chữ nhật cũng là một hình bình hành (vì có các cặp góc đối bằng nhau) và cũng là một hình thang cân (vì có hai cạnh đối song song và hai góc kề một đáy bằng nhau).

2. Tính chất

Hình chữ nhật có tất cả các tính chất của hình bình hành và hình thang cân. Cụ thể:

- Các cạnh đối song song và bằng nhau (Tính chất hình bình hành).
- Bốn góc bằng nhau và đều bằng 90° (Theo định nghĩa).
- Hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường (Tính chất hình bình hành).

- **Tính chất đặc trưng:** Hai đường chéo bằng nhau.

Công thức: Trong hình chữ nhật ABCD, hai đường chéo $AC = BD$.

Ví dụ 1: Cho hình chữ nhật MNPQ có đường chéo $MP = 12$ cm. Khi đó, đường chéo còn lại NQ cũng có độ dài là 12 cm.

Ví dụ 2: Cho hình chữ nhật ABCD, hai đường chéo cắt nhau tại O. Vì $AC = BD$ và O là trung điểm của cả hai đường chéo nên ta có **$OA = OB = OC = OD$** . Điều này có nghĩa là tâm của hình chữ nhật cách đều bốn đỉnh của nó.

3. Dấu hiệu nhận biết

Để chứng minh một tứ giác là hình chữ nhật, ta có thể sử dụng một trong bốn dấu hiệu sau:

1. Tứ giác có ba góc vuông là hình chữ nhật.

Giải thích: Nếu một tứ giác có 3 góc vuông thì tổng của chúng là 270° . Vì tổng các góc trong một tứ giác là 360° nên góc còn lại cũng phải là 90° .

2. Hình thang cân có một góc vuông là hình chữ nhật.

Ví dụ: Cho hình thang cân ABCD ($AB \parallel CD$) có $\angle D = 90^\circ$. Vì là hình thang cân nên $\angle C = \angle D = 90^\circ$. Lại có $\angle A + \angle D = 180^\circ$ (hai góc trong cùng phía) nên $\angle A = 90^\circ$. Suy ra tứ giác có 3 góc vuông, vậy nó là hình chữ nhật.

3. Hình bình hành có một góc vuông là hình chữ nhật.

Ví dụ: Cho hình bình hành MNPQ có $\angle M = 90^\circ$. Vì MNPQ là hình bình hành nên $\angle P = \angle M = 90^\circ$ và $\angle N = 180^\circ - \angle M = 90^\circ$. Vậy MNPQ có 4 góc vuông nên là hình chữ nhật.

4. **Hình bình hành có hai đường chéo bằng nhau là hình chữ nhật.**
- Ví dụ: Cho hình bình hành EFGH có hai đường chéo $EG = FH$. Khi đó, EFGH là hình chữ nhật.

C. SO SÁNH VÀ MỐI QUAN HỆ

1. Bảng so sánh Hình bình hành và Hình chữ nhật

Tiêu chí	Hình bình hành	Hình chữ nhật
Cạnh	Các cạnh đối song song và bằng nhau.	Các cạnh đối song song và bằng nhau.
Góc	Các góc đối bằng nhau. Hai góc kề một cạnh bù nhau (tổng bằng 180°).	Bốn góc bằng nhau và đều bằng 90° .
Đường chéo	Cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường.	Bằng nhau và cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường.

2. Mối quan hệ

- **Hình chữ nhật là một trường hợp đặc biệt của hình bình hành.** Cụ thể, nó là hình bình hành có thêm một trong các điều kiện: có một góc vuông hoặc có hai đường chéo bằng nhau.
- Mọi hình chữ nhật đều là hình bình hành (vì nó thỏa mãn định nghĩa có các cạnh đối song song).

- Tuy nhiên, không phải mọi hình bình hành đều là hình chữ nhật. Một hình bình hành chỉ trở thành hình chữ nhật khi nó có thêm điều kiện đặc biệt về góc hoặc đường chéo.
-

D. BÀI TẬP VẬN DỤNG

Bài 1:

Cho hình bình hành ABCD có $AB = 7 \text{ cm}$, $AD = 5 \text{ cm}$. Hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại O, biết $AC = 10 \text{ cm}$. Tính độ dài các đoạn thẳng CD, BC và AO.

Lời giải:

Vì ABCD là hình bình hành nên theo tính chất, ta có:

- Các cạnh đối bằng nhau: $CD = AB = 7 \text{ cm}$; $BC = AD = 5 \text{ cm}$.
- Hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm mỗi đường: O là trung điểm của AC, vậy $AO = AC / 2 = 10 / 2 = 5 \text{ cm}$.

Đáp số: $CD = 7 \text{ cm}$, $BC = 5 \text{ cm}$, $AO = 5 \text{ cm}$.

Bài 2:

Cho tam giác ABC. Gọi M là trung điểm của AB, N là trung điểm của AC. Lấy điểm D sao cho N là trung điểm của MD. Chứng minh tứ giác AMCD là hình bình hành.

Lời giải:

Xét tứ giác AMCD, ta có:

- N là trung điểm của AC (giả thiết) $\Rightarrow NA = NC$.

- N là trung điểm của MD (giả thiết) $\Rightarrow NM = ND$.

Tứ giác AMCD có hai đường chéo AC và MD cắt nhau tại trung điểm N của mỗi đường. Do đó, theo dấu hiệu nhận biết số 5, tứ giác AMCD là hình bình hành.

Bài 3:

Cho hình bình hành ABCD. Kẻ AH vuông góc với DC tại H. Biết $\angle ADC = 60^\circ$ và $AH = 4$ cm. Tính độ dài đường chéo BD nếu ABCD là hình chữ nhật.

Lời giải:

Để hình bình hành ABCD trở thành hình chữ nhật, nó cần có một góc vuông. Ví dụ, $\angle ADC = 90^\circ$.

Tuy nhiên, đề bài cho $\angle ADC = 60^\circ$. Do đó, ABCD với các điều kiện đã cho không phải là hình chữ nhật. Câu hỏi này có thể đang kiểm tra sự hiểu biết về điều kiện để một hình bình hành là hình chữ nhật.

Nếu ta sửa lại đề bài: "Cho hình bình hành ABCD có $\angle A = 90^\circ$ và $AB = 8$ cm, $AD = 6$ cm. Tính độ dài đường chéo BD."

Lời giải (cho đề bài đã sửa):

Vì ABCD là hình bình hành có $\angle A = 90^\circ$ nên ABCD là hình chữ nhật.

Xét tam giác vuông ABD (vuông tại A), theo định lý Pytago, ta có:

$$BD^2 = AB^2 + AD^2$$

$$BD^2 = 8^2 + 6^2 = 64 + 36 = 100$$

$$BD = \sqrt{100} = 10 \text{ cm.}$$

Đáp số: $BD = 10 \text{ cm}$.

VIDOCU.COM