Tổng hợp kiến thức Tỉ lệ thức và Dãy tỉ số bằng nhau

Đây là tài liệu ôn tập đầy đủ và chi tiết về chuyên đề Tỉ lệ thức và Tính chất của dãy tỉ số bằng nhau trong chương trình Toán học lớp 7. Nội dung được trình bày một cách hệ thống, từ lý thuyết cơ bản đến các dạng bài tập ứng dụng, giúp học sinh nắm vững kiến thức và vận dụng hiệu quả vào giải toán.

Phần I: Tỉ lệ thức

1. Định nghĩa

Tỉ lệ thức là đẳng thức của hai tỉ số. Nếu hai tỉ số a/b và c/d bằng nhau, ta có một tỉ lệ thức.

- **Công thức tổng quát:a/b = c/d** hoặc **a : b = c : d**
- **Cách đọc:** "a trên b bằng c trên d" hoặc "a chia b bằng c chia d".
- **Các số hạng:**
  - a, b, c, d được gọi là các số hạng của tỉ lệ thức.
  - **a** và **d** là các số hạng ngoài, hay còn gọi là *ngoại tỉ*.
  - **b** và **c** là các số hạng trong, hay còn gọi là *trung tỉ*.

Ví dụ minh họa:

VIDOCU.COM

1. Đẳng thức **2/4 = 3/6** là một tỉ lệ thức vì cả hai tỉ số đều có giá trị bằng 0.5. Trong đó, 2 và 6 là ngoại tỉ; 4 và 3 là trung tỉ.
2. Đẳng thức **1.5 : 3 = 2.5 : 5** cũng là một tỉ lệ thức vì 1.5/3 = 0.5 và 2.5/5 = 0.5.

2. Tính chất của tỉ lệ thức

Tỉ lệ thức có hai tính chất cơ bản rất quan trọng, thường xuyên được sử dụng để giải các bài toán tìm x và chứng minh đẳng thức.

a. Tính chất 1: Tính chất cơ bản (Tính chất nhân chéo)

Trong một tỉ lệ thức, tích của hai ngoại tỉ bằng tích của hai trung tỉ.

- **Công thức:** Nếu **a/b = c/d** thì **a.d = b.c**
- **Giải thích:** Tính chất này cho phép chúng ta biến đổi một đẳng thức phân số thành một đẳng thức số nguyên (hoặc không chứa phân số), giúp việc tính toán trở nên đơn giản hơn. Ngược lại, nếu có đẳng thức a.d = b.c (với a, b, c, d khác 0), ta có thể suy ra các tỉ lệ thức.

Ví dụ minh họa:

1. **Kiểm tra tỉ lệ thức:** Từ tỉ lệ thức **4/10 = 6/15**, ta áp dụng tính chất nhân chéo:
   - Tích ngoại tỉ: 4 * 15 = 60
   - Tích trung tỉ: 10 * 6 = 60
   - Vì 60 = 60 nên đẳng thức trên là một tỉ lệ thức đúng.

VIDOCU.COM

2. **Tìm x:** Tìm x trong tỉ lệ thức **x/5 = 6/10**.
    - Áp dụng tính chất nhân chéo, ta có: x * 10 = 5 * 6
    - 10x = 30
    - x = 30 / 10
    - x = 3. Vậy x = 3.

b. Tính chất 2: Tính chất hoán vị

Từ một tỉ lệ thức ban đầu, ta có thể hoán vị (đổi chỗ) các trung tỉ hoặc các ngoại tỉ cho nhau để tạo ra các tỉ lệ thức mới.

- **Công thức:** Từ tỉ lệ thức **a/b = c/d** (với a, b, c, d khác 0), ta có thể suy ra ba tỉ lệ thức khác:

1. **a/c = b/d** (Đổi chỗ hai trung tỉ b và c)
2. **d/b = c/a** (Đổi chỗ hai ngoại tỉ a và d)
3. **d/c = b/a** (Đổi chỗ cả trung tỉ và ngoại tỉ)

Ví dụ minh họa:

1. Từ tỉ lệ thức **6/9 = 8/12**, ta có thể suy ra các tỉ lệ thức sau:
    - Hoán vị trung tỉ: **6/8 = 9/12**
    - Hoán vị ngoại tỉ: **12/9 = 8/6**
    - Hoán vị cả hai: **12/8 = 9/6**

2. Lập tất cả các tỉ lệ thức có thể từ bốn số: 2, 4, 5, 10.

VIDOCU.COM

- Ta có đẳng thức: 2 * 10 = 4 * 5 (= 20).
- Từ đẳng thức này, ta có thể lập các tỉ lệ thức: 2/4 = 5/10; 2/5 = 4/10; 10/4 = 5/2; 10/5 = 4/2.

Phần II: Tính chất của dãy tỉ số bằng nhau

1. Khái niệm

Khi có nhiều hơn hai tỉ số bằng nhau, ta gọi đó là một dãy tỉ số bằng nhau.

- **Công thức tổng quát:a/b = c/d = e/f = ...**

Ví dụ: Dãy tỉ số **1/2 = 2/4 = 3/6** là một dãy tỉ số bằng nhau vì tất cả các tỉ số đều bằng 0.5.

2. Tính chất cơ bản

Từ một dãy tỉ số bằng nhau, ta có thể suy ra rằng mỗi tỉ số trong dãy đều bằng tỉ số của tổng (hoặc hiệu) các tử số trên tổng (hoặc hiệu) các mẫu số tương ứng.

- **Công thức:** Từ dãy tỉ số **a/b = c/d = e/f**, ta suy ra:
- **a/b = c/d = e/f = (a + c + e) / (b + d + f)**
- **a/b = c/d = e/f = (a - c + e) / (b - d + f)**
- (Điều kiện: các mẫu số phải khác 0 và tổng/hiệu các mẫu số cũng phải khác 0).

Ví dụ minh họa:

1. **Tìm hai số x và y:** Biết **x/2 = y/3** và **x + y = 10**.

VIDOCU.COM

- Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau, ta có:
- x/2 = y/3 = (x + y) / (2 + 3) = 10 / 5 = 2.
- Từ x/2 = 2, suy ra x = 2 * 2 = 4.
- Từ y/3 = 2, suy ra y = 3 * 2 = 6.
- Vậy x = 4 và y = 6.

2. **Tìm ba số a, b, c:** Biết **a/5 = b/4 = c/7** và **a - b + c = 32**.
   - Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau, ta có:
   - a/5 = b/4 = c/7 = (a - b + c) / (5 - 4 + 7) = 32 / 8 = 4.
   - Từ a/5 = 4, suy ra a = 5 * 4 = 20.
   - Từ b/4 = 4, suy ra b = 4 * 4 = 16.
   - Từ c/7 = 4, suy ra c = 7 * 4 = 28.
   - Vậy a = 20, b = 16, c = 28.

3. Tính chất mở rộng

Ta có thể mở rộng tính chất trên bằng cách nhân các tử và mẫu của các tỉ số với các hằng số khác 0 tương ứng.

- **Công thức:** Từ **a/b = c/d = e/f**, ta suy ra:
- **a/b = c/d = e/f = (m.a + n.c + p.e) / (m.b + n.d + p.f)**
- (Với m, n, p là các số khác 0 và mẫu số khác 0).

Ví dụ minh họa:

VIDOCU.COM

1. **Tìm x và y:** Biết **x/2 = y/5** và **3x + 2y = 32**.
    - Từ x/2 = y/5, ta có thể biến đổi để xuất hiện 3x và 2y:
    - x/2 = (3x)/(3*2) = 3x/6
    - y/5 = (2y)/(2*5) = 2y/10
    - Do đó, ta có dãy tỉ số mới: **3x/6 = 2y/10**.
    - Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau:
    - 3x/6 = 2y/10 = (3x + 2y) / (6 + 10) = 32 / 16 = 2.
    - Từ 3x/6 = 2, suy ra 3x = 12, vậy x = 4.
    - Từ 2y/10 = 2, suy ra 2y = 20, vậy y = 10.

Phần III: Các dạng bài tập ứng dụng

Dạng 1: Tìm thành phần chưa biết trong tỉ lệ thức

Phương pháp: Sử dụng tính chất cơ bản (nhân chéo) **a/b = c/d ⇒ a.d = b.c**.

Ví dụ: Tìm x trong các tỉ lệ thức sau:

a) **(x+1)/6 = 2/3**

- Áp dụng tính chất nhân chéo: (x+1) * 3 = 6 * 2
- 3x + 3 = 12
- 3x = 12 - 3
- 3x = 9
- x = 3

VIDOCU.COM

b) **-0.52 : x = -9.36 : 16.38**

- Viết lại dưới dạng phân số: -0.52/x = -9.36/16.38
- Áp dụng tính chất nhân chéo: -0.52 * 16.38 = x * (-9.36)
- -8.5176 = -9.36x
- x = -8.5176 / -9.36
- x = 0.91

Dạng 2: Tìm hai hay nhiều số khi biết tổng/hiệu và tỉ số

Phương pháp: Đưa bài toán về dạng dãy tỉ số bằng nhau và áp dụng tính chất để giải.

Ví dụ: Số học sinh của hai lớp 7A và 7B tỉ lệ với 8 và 9. Biết rằng tổng số học sinh của cả hai lớp là 85 học sinh. Tính số học sinh của mỗi lớp.

- **Bước 1:** Gọi ẩn và lập dãy tỉ số.
- Gọi số học sinh lớp 7A là a, số học sinh lớp 7B là b (a, b là số tự nhiên khác 0).
- Theo đề bài, ta có: **a/8 = b/9** và **a + b = 85**.
- **Bước 2:** Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau.
- a/8 = b/9 = (a + b) / (8 + 9) = 85 / 17 = 5.
- **Bước 3:** Tìm giá trị các ẩn.
- a/8 = 5 ⇒ a = 8 * 5 = 40.
- b/9 = 5 ⇒ b = 9 * 5 = 45.

VIDOCU.COM

- **Bước 4:** Kết luận.
- Vậy, lớp 7A có 40 học sinh, lớp 7B có 45 học sinh.

Dạng 3: Bài toán chia tỉ lệ

Phương pháp: Tương tự dạng 2, đây là bài toán thực tế của việc tìm các số khi biết tổng và tỉ số.

Ví dụ: Ba bạn An, Bình, Cường góp tiền ủng hộ các bạn vùng lũ theo tỉ lệ 2:3:4. Tổng số tiền ba bạn góp là 180.000 đồng. Hỏi mỗi bạn góp bao nhiêu tiền?

- **Bước 1:** Gọi ẩn và lập dãy tỉ số.
- Gọi số tiền An, Bình, Cường góp lần lượt là x, y, z (đồng; x, y, z > 0).
- Theo đề bài, ta có: **x/2 = y/3 = z/4** và **x + y + z = 180000**.
- **Bước 2:** Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau.
- x/2 = y/3 = z/4 = (x + y + z) / (2 + 3 + 4) = 180000 / 9 = 20000.
- **Bước 3:** Tìm giá trị các ẩn.
- x/2 = 20000 ⇒ x = 40000.
- y/3 = 20000 ⇒ y = 60000.
- z/4 = 20000 ⇒ z = 80000.
- **Bước 4:** Kết luận.
- Vậy, An góp 40.000 đồng, Bình góp 60.000 đồng, và Cường góp 80.000 đồng.

Dạng 4: Chứng minh đẳng thức từ một tỉ lệ thức cho trước

Phương pháp: Có hai cách chính:

VIDOCU.COM

1. **Cách 1:** Đặt tỉ số chung. Đặt a/b = c/d = k, từ đó suy ra a = bk, c = dk. Sau đó thay vào hai vế của đẳng thức cần chứng minh và biến đổi cho chúng bằng nhau.
2. **Cách 2:** Sử dụng các tính chất của tỉ lệ thức (hoán vị, tính chất dãy tỉ số) để biến đổi trực tiếp.

Ví dụ: Cho tỉ lệ thức **a/b = c/d**. Chứng minh rằng **(a + b)/b = (c + d)/d**.

- **Cách 1: Đặt k**
- Đặt a/b = c/d = k ⇒ a = bk và c = dk.
- Vế trái (VT): (a + b)/b = (bk + b)/b = b(k + 1)/b = k + 1.
- Vế phải (VP): (c + d)/d = (dk + d)/d = d(k + 1)/d = k + 1.
- Vì VT = VP = k + 1, nên đẳng thức được chứng minh.
- **Cách 2: Biến đổi trực tiếp**
- Từ a/b = c/d, ta cộng 1 vào cả hai vế:
- a/b + 1 = c/d + 1
- (a + b)/b = (c + d)/d
- Đây chính là điều phải chứng minh.

VIDOCU.COM