

Tổng hợp kiến thức: Diện tích xung quanh hình lăng trụ đứng và ứng dụng

Chào các em, hôm nay chúng ta sẽ cùng nhau tìm hiểu một chủ đề rất thú vị và có tính ứng dụng cao trong đời sống: tính diện tích xung quanh của hình lăng trụ đứng. Các em đã bao giờ tự hỏi làm thế nào để tính được lượng giấy cần thiết để bọc một hộp quà hình chữ nhật, hay lượng sơn cần dùng để sơn một chiếc cột nhà hình lăng trụ tam giác chưa? Bài học này sẽ giúp các em trả lời những câu hỏi đó!

1. Nhắc lại về Hình lăng trụ đứng

a. Định nghĩa

Hình lăng trụ đứng là hình có hai mặt đáy là hai đa giác bằng nhau và nằm trên hai mặt phẳng song song, các mặt bên là những hình chữ nhật và các cạnh bên vuông góc với hai mặt phẳng đáy.

b. Các yếu tố của hình lăng trụ đứng

- **Hai mặt đáy:** Là hai đa giác bằng nhau (tam giác, tứ giác, ngũ giác,...) và song song với nhau.
- **Các mặt bên:** Là các hình chữ nhật.
- **Các cạnh bên:** Các đoạn thẳng nối các đỉnh tương ứng của hai mặt đáy. Các cạnh bên song song và bằng nhau.

- **Chiều cao (h):** Độ dài của một cạnh bên. Vì các cạnh bên vuông góc với mặt đáy nên chiều cao chính là độ dài cạnh bên.

Tên của hình lăng trụ đứng được gọi theo tên của đa giác đáy. Ví dụ: lăng trụ có đáy là tam giác được gọi là hình lăng trụ đứng tam giác, lăng trụ có đáy là tứ giác được gọi là hình lăng trụ đứng tứ giác (trường hợp đặc biệt là hình hộp chữ nhật, hình lập phương).

2. Diện tích xung quanh của hình lăng trụ đứng

a. Khái niệm

Diện tích xung quanh của hình lăng trụ đứng là tổng diện tích của tất cả các mặt bên. Hãy tưởng tượng chúng ta "trái phằng" các mặt bên của hình lăng trụ ra, chúng sẽ tạo thành một hình chữ nhật lớn. Chiều dài của hình chữ nhật này chính là chu vi đáy của hình lăng trụ, và chiều rộng chính là chiều cao của hình lăng trụ.

b. Công thức

Công thức tính diện tích xung quanh (ký hiệu là S_{xq}) của hình lăng trụ đứng là:

$$S_{xq} = C_{\text{đáy}} \cdot h$$

Trong đó:

- S_{xq} : Diện tích xung quanh.
- $C_{\text{đáy}}$: Chu vi mặt đáy của hình lăng trụ.
- h : Chiều cao của hình lăng trụ.

c. Ví dụ minh họa

1. **Ví dụ 1:** Tính diện tích xung quanh của một hình lăng trụ đứng tam giác có chiều cao 12 cm và đáy là một tam giác vuông có hai cạnh góc vuông lần lượt là 6 cm và 8 cm.

2. Phân tích:

- Đây là hình lăng trụ đứng tam giác.
- Chiều cao $h = 12$ cm.
- Đáy là tam giác vuông, cần tìm chu vi đáy.

Giải:

Để tính chu vi đáy, ta cần tìm độ dài cạnh huyền của tam giác vuông. Áp dụng định lý Py-ta-go:

$$\text{Độ dài cạnh huyền} = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = 10 \text{ cm.}$$

Chu vi đáy của hình lăng trụ là:

$$C_{\text{đáy}} = 6 + 8 + 10 = 24 \text{ cm.}$$

Diện tích xung quanh của hình lăng trụ đứng là:

$$S_{\text{xq}} = C_{\text{đáy}} \cdot h = 24 \cdot 12 = 288 \text{ cm}^2.$$

Đáp số: 288 cm².

3. **Ví dụ 2:** Một chiếc hộp đèn hình lăng trụ đứng lục giác đều có cạnh đáy dài 10 cm và chiều cao 40 cm. Người ta muốn dán giấy màu trang trí xung quanh hộp đèn này. Tính diện tích giấy cần dùng.

4. Phân tích:

- Đây là hình lăng trụ đứng lục giác đều.
- Diện tích giấy cần dùng chính là diện tích xung quanh.
- Cạnh đáy = 10 cm, chiều cao $h = 40$ cm.

Giải:

Đáy là lục giác đều có 6 cạnh bằng nhau, mỗi cạnh dài 10 cm.

Chu vi đáy của hình lăng trụ là:

$$C_{\text{đáy}} = 10 \cdot 6 = 60 \text{ cm.}$$

Diện tích xung quanh (diện tích giấy cần dùng) là:

$$S_{\text{xq}} = C_{\text{đáy}} \cdot h = 60 \cdot 40 = 2400 \text{ cm}^2.$$

Đáp số: 2400 cm^2 .

3. Diện tích toàn phần của hình lăng trụ đứng

a. Khái niệm

Diện tích toàn phần của hình lăng trụ đứng là tổng diện tích của tất cả các mặt, bao gồm diện tích xung quanh và diện tích của cả hai mặt đáy.

b. Công thức

Công thức tính diện tích toàn phần (ký hiệu là S_{tp}) của hình lăng trụ đứng là:

$$S_{\text{tp}} = S_{\text{xq}} + 2 \cdot S_{\text{đáy}}$$

Trong đó:

- S_{tp} : Diện tích toàn phần.
- S_{xq} : Diện tích xung quanh.
- $S_{đáy}$: Diện tích của một mặt đáy.

c. Ví dụ minh họa

1. **Ví dụ 1:** Tính diện tích toàn phần của hình lăng trụ đứng tam giác ở ví dụ 1 phần 2 (chiều cao 12 cm, đáy là tam giác vuông có cạnh góc vuông 6 cm và 8 cm).

2. Phân tích:

- Ta đã tính được $S_{xq} = 288 \text{ cm}^2$.
- Cần tính thêm diện tích đáy ($S_{đáy}$) để tìm S_{tp} .

Giải:

Diện tích một mặt đáy (diện tích tam giác vuông) là:

$$S_{đáy} = (1/2) \cdot 6 \cdot 8 = 24 \text{ cm}^2.$$

Diện tích toàn phần của hình lăng trụ là:

$$S_{tp} = S_{xq} + 2 \cdot S_{đáy} = 288 + 2 \cdot 24 = 288 + 48 = 336 \text{ cm}^2.$$

Đáp số: 336 cm².

3. **Ví dụ 2:** Một khối bê tông hình lăng trụ đứng có đáy là hình thang cân với các cạnh đáy là 30 cm, 50 cm, cạnh bên 25 cm và chiều cao hình thang là 24 cm. Chiều cao của khối bê tông là 80 cm. Tính diện tích toàn phần của khối bê tông.

4. Phân tích:

- Tính chu vi đáy để tìm S_{xq} .
- Tính diện tích đáy để tìm S_{tp} .

Giải:

Chu vi đáy hình thang cân là:

$$C_{\text{đáy}} = 30 + 50 + 25 + 25 = 130 \text{ cm.}$$

Diện tích xung quanh của khối bê tông là:

$$S_{xq} = C_{\text{đáy}} \cdot h = 130 \cdot 80 = 10400 \text{ cm}^2.$$

Diện tích một mặt đáy hình thang cân là:

$$S_{\text{đáy}} = [(30 + 50) \cdot 24] / 2 = (80 \cdot 24) / 2 = 960 \text{ cm}^2.$$

Diện tích toàn phần của khối bê tông là:

$$S_{tp} = S_{xq} + 2 \cdot S_{\text{đáy}} = 10400 + 2 \cdot 960 = 10400 + 1920 = 12320 \text{ cm}^2.$$

Đáp số: 12320 cm².

4. Ứng dụng: Tính lượng sơn cần để sơn một cái hộp

Đây là một trong những ứng dụng thực tế phổ biến nhất của việc tính diện tích. Khi sơn một vật thể, chúng ta thực chất là đang phủ một lớp vật chất lên bề mặt của nó. Do đó, lượng sơn cần dùng sẽ tỉ lệ thuận với diện tích bề mặt cần sơn.

a. Các bước giải bài toán

1. **Xác định hình dạng và các kích thước** của vật cần sơn.
2. **Đọc kỹ yêu cầu:** Cần sơn những mặt nào? (Chỉ sơn các mặt bên ngoài? Sơn cả trong lẫn ngoài? Sơn các mặt xung quanh? Sơn một đáy và các mặt xung quanh (hộp không nắp)?...).
3. **Tính tổng diện tích cần sơn** dựa trên yêu cầu của bài toán. Đây có thể là S_{xq} , S_{tp} , hoặc một trường hợp khác.
4. **Thống nhất đơn vị đo:** Đảm bảo các kích thước và định mức sơn (ví dụ: số m^2 sơn được/lít) ở cùng một hệ đơn vị. Thường ta sẽ đổi tất cả về mét (m) và mét vuông (m^2).
5. **Tính lượng sơn cần dùng:** Lấy tổng diện tích cần sơn nhân với định mức sơn trên một đơn vị diện tích (hoặc chia cho định mức diện tích sơn được trên một đơn vị sơn).

b. Ví dụ cụ thể

Bài toán: Người ta muốn sơn các mặt ngoài của một cái thùng đựng hàng hình hộp chữ nhật không có nắp. Thùng có chiều dài 2 m, chiều rộng 1,2 m và chiều cao 1 m. Biết rằng 1 lít sơn có thể sơn được 5 m^2 bề mặt. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu lít sơn để sơn xong cái thùng này?

Giải:

• Bước 1 & 2: Xác định hình dạng và các mặt cần sơn

Vật cần sơn là một hình hộp chữ nhật không nắp. Vậy các mặt cần sơn bao gồm: các mặt xung quanh và một mặt đáy.

- **Bước 3: Tính tổng diện tích cần sơn**

Chu vi đáy của thùng hàng là:

$$C_{\text{đáy}} = 2 \cdot (2 + 1,2) = 2 \cdot 3,2 = 6,4 \text{ m.}$$

Diện tích xung quanh của thùng là:

$$S_{\text{xq}} = C_{\text{đáy}} \cdot h = 6,4 \cdot 1 = 6,4 \text{ m}^2.$$

Diện tích mặt đáy của thùng là:

$$S_{\text{đáy}} = 2 \cdot 1,2 = 2,4 \text{ m}^2.$$

Tổng diện tích cần sơn là:

$$S_{\text{cần sơn}} = S_{\text{xq}} + S_{\text{đáy}} = 6,4 + 2,4 = 8,8 \text{ m}^2.$$

- **Bước 4 & 5: Tính lượng sơn cần dùng**

Định mức sơn là 1 lít sơn được 5 m².

Lượng sơn cần dùng là:

$$\text{Lượng sơn} = \text{Tổng diện tích cần sơn} / \text{Định mức} = 8,8 / 5 = 1,76 \text{ lít.}$$

Kết luận: Cần ít nhất 1,76 lít sơn để sơn xong cái thùng này. Trong thực tế, người ta thường sẽ mua 2 lít để dự phòng hao hụt.

5. Tổng kết kiến thức

Để ghi nhớ các công thức quan trọng, các em có thể tham khảo bảng tổng kết dưới đây:

Khái niệm	Công thức	Chú giải
Diện tích xung quanh	$S_{xq} = C_{\text{đáy}} \cdot h$	$C_{\text{đáy}}$ là chu vi đáy, h là chiều cao.
Diện tích toàn phần	$S_{tp} = S_{xq} + 2 \cdot S_{\text{đáy}}$	$S_{\text{đáy}}$ là diện tích của một mặt đáy.

Hy vọng qua bài học này, các em đã nắm vững cách tính diện tích xung quanh, diện tích toàn phần của hình lăng trụ đứng và biết cách vận dụng vào giải quyết các bài toán thực tế. Chúc các em học tốt!