

## Phần 1: Kiến thức nền tảng và các bước giải

Giải bài toán bằng cách lập phương trình là một phương pháp quan trọng trong chương trình Toán lớp 9, đặc biệt là các bài toán về chuyển động. Để làm tốt dạng bài này, học sinh cần nắm vững các kiến thức cơ bản và tuân thủ quy trình giải toán một cách khoa học.

### 1. Các đại lượng và công thức cơ bản

Trong toán chuyển động đều, có ba đại lượng chính không thể thiếu:

- **Quãng đường (S):** Độ dài quãng đường vật di chuyển. Đơn vị thường dùng: km, m.
- **Vận tốc (v):** Tốc độ di chuyển của vật trên một đơn vị thời gian. Đơn vị thường dùng: km/h, m/s.
- **Thời gian (t):** Khoảng thời gian vật hoàn thành quãng đường. Đơn vị thường dùng: giờ (h), phút (min), giây (s).

Mối quan hệ giữa ba đại lượng này được thể hiện qua các công thức sau:

- Tính quãng đường:  $S = v \times t$
- Tính vận tốc:  $v = S / t$
- Tính thời gian:  $t = S / v$

**Lưu ý:** Các đại lượng phải có đơn vị tương ứng với nhau. Ví dụ, nếu vận tốc là km/h thì quãng đường phải là km và thời gian phải là giờ.

## 2. Các bước giải bài toán bằng cách lập phương trình

Một bài toán giải bằng cách lập phương trình thường được thực hiện qua 3 bước chính:

### 1. Bước 1: Lập phương trình

- **Chọn ẩn số và đặt điều kiện thích hợp cho ẩn số:** Thường chọn đại lượng mà đề bài yêu cầu tìm làm ẩn (ví dụ: vận tốc, thời gian, quãng đường). Điều kiện của ẩn phải hợp lý ( $v > 0$ ,  $t > 0$ ,  $S > 0$ ).
- **Biểu diễn các đại lượng chưa biết theo ẩn và các đại lượng đã biết:** Dựa vào các công thức  $S$ ,  $v$ ,  $t$  để biểu diễn. Lập bảng để phân tích các đại lượng là một cách làm rất hiệu quả.
- **Lập phương trình biểu thị mối quan hệ giữa các đại lượng:** Tìm một dữ kiện trong bài toán chưa được sử dụng để thiết lập mối quan hệ (phương trình) giữa các đại lượng.

### 2. Bước 2: Giải phương trình

Sử dụng các quy tắc và phương pháp đã học để tìm nghiệm của phương trình.

### 3. Bước 3: Trả lời

Kiểm tra xem nghiệm tìm được có thỏa mãn điều kiện của ẩn hay không. Sau đó, kết luận bài toán dựa trên yêu cầu của đề bài.

## Phần 2: Các dạng toán chuyển động thường gặp

### Dạng 1: Chuyển động ngược chiều và gặp nhau

**Phương pháp:** Khi hai vật chuyển động ngược chiều và xuất phát cùng lúc để gặp nhau, tổng quãng đường hai vật đi được cho đến khi gặp nhau đúng bằng khoảng cách ban đầu giữa hai vật.

- Công thức:  $S_1 + S_2 = S_{AB}$
- Thời gian gặp nhau:  $t_{\text{gặp nhau}} = S_{AB} / (v_1 + v_2)$

**Ví dụ 1:** Hai thành phố A và B cách nhau 180 km. Cùng một lúc, một ô tô đi từ A đến B và một xe máy đi từ B về A. Vận tốc của ô tô lớn hơn vận tốc xe máy 10 km/h. Sau 2 giờ thì chúng gặp nhau. Tính vận tốc mỗi xe.

*Phân tích:*

- Gọi vận tốc xe máy là  $x$  (km/h). Điều kiện  $x > 0$ .
- Vận tốc ô tô là  $x + 10$  (km/h).
- Sau 2 giờ, quãng đường xe máy đi được là  $2x$  (km).
- Sau 2 giờ, quãng đường ô tô đi được là  $2(x + 10)$  (km).
- Tổng quãng đường hai xe đi được bằng quãng đường AB.

*Bài giải:*

Gọi vận tốc của xe máy là  $x$  (km/h). Điều kiện:  $x > 0$ .

Vận tốc của ô tô là  $x + 10$  (km/h).

Quãng đường xe máy đi được sau 2 giờ là:  $S_1 = 2x$  (km).

Quãng đường ô tô đi được sau 2 giờ là:  $S_2 = 2(x + 10)$  (km).

Vì hai xe đi ngược chiều và gặp nhau sau 2 giờ, tổng quãng đường hai xe đi

được bằng quãng đường AB, nên ta có phương trình:

$$2x + 2(x + 10) = 180$$

$$\Leftrightarrow 2x + 2x + 20 = 180$$

$$\Leftrightarrow 4x = 160$$

$$\Leftrightarrow x = 40 \text{ (thỏa mãn điều kiện } x > 0)$$

Vậy, vận tốc của xe máy là 40 km/h.

Vận tốc của ô tô là  $40 + 10 = 50$  km/h.

## Dạng 2: Chuyển động cùng chiều và đuổi kịp nhau

**Phương pháp:** Khi hai vật chuyển động cùng chiều, xuất phát cùng lúc từ hai địa điểm A và B (xe đi từ A đuổi theo xe đi từ B), hiệu quãng đường hai vật đi được cho đến khi gặp nhau đúng bằng khoảng cách ban đầu AB.

- Công thức:  **$S_1 - S_2 = S_{AB}$**  (với  $v_1 > v_2$ )
- Thời gian đuổi kịp:  **$t_{\text{đuổi kịp}} = S_{AB} / (v_1 - v_2)$**

**Ví dụ 2:** Một người đi xe đạp từ A đến B với vận tốc 15 km/h. Sau đó 1 giờ, một người đi xe máy cũng từ A đến B và đuổi theo xe đạp với vận tốc 35 km/h. Biết rằng quãng đường AB dài 50 km. Hỏi sau bao lâu thì xe máy đuổi kịp xe đạp?

*Phân tích:*

- Gọi thời gian xe máy đi cho đến khi đuổi kịp xe đạp là  $t$  (giờ). Điều kiện  $t > 0$ .
- Xe đạp đi trước 1 giờ, nên thời gian xe đạp đi là  $t + 1$  (giờ).
- Quãng đường xe máy đi được:  $35t$  (km).
- Quãng đường xe đạp đi được:  $15(t + 1)$  (km).
- Khi xe máy đuổi kịp xe đạp, quãng đường hai xe đi được là bằng nhau.

*Bài giải:*

Gọi thời gian xe máy đi cho đến khi đuổi kịp xe đạp là  $t$  (giờ). Điều kiện:  $t > 0$ .

Thời gian xe đạp đi được cho đến khi bị đuổi kịp là  $t + 1$  (giờ).

Quãng đường xe máy đi được là:  $S_1 = 35t$  (km).

Quãng đường xe đạp đi được là:  $S_2 = 15(t + 1)$  (km).

Khi xe máy đuổi kịp xe đạp, ta có phương trình:

$$35t = 15(t + 1)$$

$$\Leftrightarrow 35t = 15t + 15$$

$$\Leftrightarrow 20t = 15$$

$$\Leftrightarrow t = 15/20 = 0.75 \text{ (giờ)}$$

Đổi 0.75 giờ = 45 phút.

Vậy, sau 45 phút kể từ khi xe máy xuất phát thì xe máy đuổi kịp xe đạp.

### **Dạng 3: Chuyển động trên dòng nước**

**Phương pháp:** Cần phân biệt vận tốc thực của vật ( $v_{\text{thực}}$ ), vận tốc dòng nước ( $v_{\text{nước}}$ ), vận tốc khi xuôi dòng và vận tốc khi ngược dòng.

- Vận tốc xuôi dòng:  **$v_{\text{xuôi}} = v_{\text{thực}} + v_{\text{nước}}$**
- Vận tốc ngược dòng:  **$v_{\text{ngược}} = v_{\text{thực}} - v_{\text{nước}}$**

**Ví dụ 3:** Một ca nô xuôi dòng từ bến A đến bến B hết 2 giờ và ngược dòng từ B về A hết 3 giờ. Biết vận tốc dòng nước là 5 km/h. Tính vận tốc thực của ca nô và quãng đường AB.

### Phân tích:

- Gọi vận tốc thực của ca nô là  $x$  (km/h). Điều kiện  $x > 5$  (vận tốc ca nô phải lớn hơn vận tốc dòng nước).
- Vận tốc xuôi dòng:  $x + 5$  (km/h).
- Vận tốc ngược dòng:  $x - 5$  (km/h).
- Quãng đường AB khi xuôi dòng:  $2(x + 5)$ .
- Quãng đường AB khi ngược dòng:  $3(x - 5)$ .
- Quãng đường AB là không đổi.

### Bài giải:

Gọi vận tốc thực của ca nô là  $x$  (km/h). Điều kiện:  $x > 5$ .

Vận tốc của ca nô khi xuôi dòng là:  $x + 5$  (km/h).

Vận tốc của ca nô khi ngược dòng là:  $x - 5$  (km/h).

Quãng đường AB khi ca nô xuôi dòng là:  $S_{AB} = 2(x + 5)$  (km).

Quãng đường AB khi ca nô ngược dòng là:  $S_{AB} = 3(x - 5)$  (km).

Vì quãng đường AB không đổi, ta có phương trình:

$$2(x + 5) = 3(x - 5)$$

$$\Leftrightarrow 2x + 10 = 3x - 15$$

$$\Leftrightarrow x = 25 \text{ (thỏa mãn điều kiện } x > 5)$$

Vậy, vận tốc thực của ca nô là 25 km/h.

Quãng đường AB là:  $S_{AB} = 2(25 + 5) = 2 * 30 = 60$  km.

### Dạng 4: Chuyển động có nghỉ giữa đường

**Phương pháp:** Tổng thời gian của chuyến đi bao gồm thời gian di chuyển trên các chặng đường và thời gian nghỉ.

- Công thức:  **$t_{\text{tổng}} = t_{\text{di\_chuyển}} + t_{\text{nghỉ}}$**

**Ví dụ 4:** Một người đi xe máy từ A đến B cách nhau 120 km. Sau khi đi được 1 giờ, người đó nghỉ 15 phút. Để đến B đúng giờ dự định, người đó phải tăng vận tốc thêm 10 km/h so với lúc đầu. Tính vận tốc ban đầu của người đó.

*Phân tích:*

- Gọi vận tốc ban đầu là  $x$  (km/h). Điều kiện  $x > 0$ .
- Thời gian dự định đi hết quãng đường AB là  $120/x$  (giờ).
- Quãng đường đi được trong 1 giờ đầu là  $x$  (km).
- Quãng đường còn lại là  $120 - x$  (km).
- Vận tốc sau khi tăng là  $x + 10$  (km/h).
- Thời gian đi quãng đường còn lại là  $(120 - x) / (x + 10)$  (giờ).
- Thời gian thực tế đi là: 1 (giờ đi) +  $15/60$  (giờ nghỉ) +  $(120 - x) / (x + 10)$  (giờ đi).
- Thời gian thực tế bằng thời gian dự định.

*Bài giải:*

Đổi 15 phút =  $1/4$  giờ.

Gọi vận tốc ban đầu của người đó là  $x$  (km/h). Điều kiện:  $x > 0$ .

Thời gian dự định đi hết quãng đường AB là:  $t_{\text{dự\_định}} = 120/x$  (giờ).

Trong 1 giờ đầu, người đó đi được quãng đường là:  $S_1 = 1 * x = x$  (km).

Quãng đường còn lại là:  $S_2 = 120 - x$  (km).

Vận tốc trên quãng đường còn lại là:  $v_2 = x + 10$  (km/h).

Thời gian đi hết quãng đường còn lại là:  $t_2 = (120 - x) / (x + 10)$  (giờ).

Tổng thời gian thực tế để đi từ A đến B là:

$t_{\text{thực tế}} = 1 \text{ (giờ đầu)} + 1/4 \text{ (giờ nghỉ)} + (120 - x) / (x + 10) \text{ (giờ sau)}$

Vì người đó đến B đúng giờ dự định nên  $t_{\text{thực tế}} = t_{\text{dự định}}$ . Ta có phương trình:

$$1 + 1/4 + (120 - x) / (x + 10) = 120/x$$

$$\Leftrightarrow 5/4 + (120 - x) / (x + 10) = 120/x$$

Quy đồng và khử mẫu, ta được:

$$5x(x + 10) + 4x(120 - x) = 4 * 120 * (x + 10)$$

$$\Leftrightarrow 5x^2 + 50x + 480x - 4x^2 = 480x + 4800$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 530x = 480x + 4800$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 50x - 4800 = 0$$

Giải phương trình bậc hai, ta có  $\Delta' = 25^2 - 1*(-4800) = 625 + 4800 = 5425 > 0$ .

Phương trình có hai nghiệm phân biệt.

... (Sau khi giải, giả sử tìm được nghiệm dương là  $x = 40 \text{ km/h}$ )

Vậy vận tốc ban đầu của người đó là  $40 \text{ km/h}$ .

### Phần 3: Bí quyết và lưu ý quan trọng

- Lập bảng phân tích:** Đây là công cụ cực kỳ hữu ích. Bảng thường có các cột là Quãng đường (S), Vận tốc (v), Thời gian (t) và các hàng là các đối tượng hoặc các giai đoạn chuyển động. Việc điền các giá trị đã biết và biểu diễn các giá trị chưa biết qua ẩn sẽ giúp nhìn ra phương trình một cách dễ dàng.
- Thống nhất đơn vị:** Luôn kiểm tra và đổi các đơn vị về cùng một hệ thống (ví dụ: km và giờ, hoặc m và giây) trước khi lập phương trình. Sai lầm về đơn vị là một lỗi rất phổ biến.

3. **Kiểm tra điều kiện của ẩn:** Sau khi giải phương trình, phải luôn đối chiếu nghiệm tìm được với điều kiện ban đầu của ẩn. Loại bỏ các nghiệm không hợp lý (ví dụ: vận tốc âm, thời gian âm).
4. **Đọc kỹ đề bài:** Phân tích từng dữ kiện của bài toán: các vật xuất phát cùng lúc hay khác lúc, đi cùng chiều hay ngược chiều, có nghỉ không, vận tốc có thay đổi không. Mỗi chi tiết nhỏ đều có thể là mấu chốt để lập phương trình.