

Chuyên đề Hình đồng dạng: Ứng dụng vẽ lại sơ đồ ngôi nhà

Trong cuộc sống, chúng ta thường gặp các hình ảnh có hình dạng giống nhau nhưng kích thước khác nhau, ví dụ như một tấm ảnh và ảnh thu nhỏ của nó, hay bản đồ và khu vực địa lý thực tế. Tất cả đều là ứng dụng của khái niệm "hình đồng dạng" trong toán học. Bài học này sẽ giúp chúng ta nắm vững lý thuyết và áp dụng để thực hiện một dự án thú vị: vẽ lại sơ đồ ngôi nhà của chính mình!

I. Kiến thức trọng tâm về hình đồng dạng

1. Hình đồng dạng phối cảnh (Phép vị tự)

Phép vị tự là một phép biến hình "phóng to" hoặc "thu nhỏ" một hình. Để xác định phép vị tự, ta cần một điểm O cố định gọi là **tâm vị tự** và một số thực k không đổi gọi là **tỉ số vị tự**.

Công thức: Phép vị tự tâm O, tỉ số k biến điểm M thành điểm M' sao cho

$$\vec{OM'} = k * \vec{OM}.$$

- Nếu $|k| > 1$, đó là phép phóng to.
- Nếu $0 < |k| < 1$, đó là phép thu nhỏ.
- Nếu $k = 1$, đó là phép đồng nhất (M' trùng M).
- Nếu $k = -1$, đó là phép đối xứng tâm O.

Ví dụ: Cho điểm $A(2, 4)$ và tâm vị tự $O(0, 0)$. Tìm ảnh A' của A qua phép vị tự tỉ số $k = 2$.

Giải: Ta có $\vec{OA'} = 2 * \vec{OA}$. Vì $\vec{OA} = (2, 4)$, suy ra $\vec{OA'} = (2*2, 2*4) = (4, 8)$. Vậy $A'(4, 8)$.

2. Hai hình đồng dạng

Định nghĩa: Hai hình H và H' được gọi là đồng dạng với nhau nếu có một phép vị tự biến hình H thành một hình bằng với hình H' .

Kí hiệu: $H \sim H'$ (đọc là H đồng dạng với H').

Tính chất: Nếu hình H' đồng dạng với hình H theo tỉ số k thì:

- Tỉ số hai đoạn thẳng tương ứng bằng k .
- Hai góc tương ứng bằng nhau.
- Tỉ số diện tích của hai hình đó bằng k^2 .

Ví dụ 1: Mọi hình vuông đều đồng dạng với nhau. Mọi hình tròn đều đồng dạng với nhau.

Ví dụ 2: Một hình chữ nhật có kích thước $2\text{cm} \times 4\text{cm}$ có đồng dạng với hình chữ nhật kích thước $3\text{cm} \times 5\text{cm}$ không? Không, vì tỉ số các cạnh tương ứng không bằng nhau ($3/2 \neq 5/4$).

II. Tam giác đồng dạng

Trường hợp quan trọng và phổ biến nhất của hình đồng dạng là tam giác đồng dạng.

1. Định nghĩa

Tam giác $A'B'C'$ gọi là đồng dạng với tam giác ABC nếu:

$$\angle A' = \angle A, \angle B' = \angle B, \angle C' = \angle C$$

$$A'B'/AB = B'C'/BC = C'A'/CA = k$$

Số k được gọi là tỉ số đồng dạng.

2. Các trường hợp đồng dạng của tam giác

Để chứng minh hai tam giác đồng dạng, chúng ta không cần kiểm tra tất cả các điều kiện trên mà chỉ cần sử dụng một trong ba trường hợp sau:

Trường hợp	Nội dung	Ví dụ
1. Cạnh - Cạnh - Cạnh (c.c.c)	Nếu ba cạnh của tam giác này tỉ lệ với ba cạnh của tam giác kia thì hai tam giác đó đồng dạng. Nếu $A'B'/AB = B'C'/BC = C'A'/CA$ thì $\Delta A'B'C' \sim \Delta ABC$.	ΔABC có cạnh $AB=3, BC=4, AC=5$. ΔMNP có cạnh $MN=6, NP=8, MP=10$. Ta có $6/3 = 8/4 = 10/5 = 2$. Vậy $\Delta MNP \sim \Delta ABC$.
2. Cạnh - Góc - Cạnh (c.g.c)	Nếu hai cạnh của tam giác này tỉ lệ với hai cạnh của tam giác kia và góc xen giữa hai cặp cạnh đó bằng nhau thì hai tam giác đó đồng dạng. Nếu $A'B'/AB = A'C'/AC$ và $\angle A' = \angle A$ thì $\Delta A'B'C' \sim \Delta ABC$.	ΔDEF có $DE=4, DF=6, \angle D=50^\circ$. ΔXYZ có $XY=6, XZ=9, \angle X=50^\circ$. Ta có $6/4 = 9/6 = 1.5$ và $\angle X = \angle D$. Vậy $\Delta XYZ \sim \Delta DEF$.
3. Góc - Góc (g.g)	Nếu hai góc của tam giác này lần lượt bằng hai góc của tam giác kia thì hai tam giác đó đồng dạng. Nếu $\angle A' = \angle A$ và $\angle B' = \angle B$ thì $\Delta A'B'C' \sim \Delta ABC$.	ΔABC có $\angle A=70^\circ, \angle B=50^\circ$. ΔMNP có $\angle M=70^\circ, \angle N=50^\circ$. Vậy $\Delta MNP \sim \Delta ABC$.

III. Ứng dụng: Vẽ lại sơ đồ ngôi nhà theo tỉ lệ thu nhỏ

Đây là phần thực hành áp dụng kiến thức về hình đồng dạng. Sơ đồ thu nhỏ của ngôi nhà chính là một hình đồng dạng với mặt bằng thực tế của nó.

1. Dụng cụ cần chuẩn bị

- Sơ đồ ngôi nhà gốc hoặc thước cuộn để đo kích thước thật.
- Giấy vẽ (A4, A3 hoặc giấy kẻ ô li).
- Thước kẻ thẳng có chia cm/mm.
- Bút chì, tẩy.
- Máy tính bỏ túi (nếu cần).

2. Các bước thực hiện

1. Bước 1: Chọn tỉ lệ thu nhỏ (Xác định tỉ số đồng dạng k)

Tỉ lệ là yếu tố quyết định kích thước bản vẽ của bạn. Tỉ lệ phổ biến trong bản vẽ kiến trúc là 1:100, 1:50.

Công thức: $k = (\text{Kích thước trên bản vẽ}) / (\text{Kích thước thật})$

Ví dụ: Ngôi nhà của bạn có chiều dài 12 mét và chiều rộng 5 mét. Bạn muốn vẽ nó trên một tờ giấy A4 (có chiều dài khoảng 29.7 cm).

- Đổi đơn vị: 12m = 1200 cm.

- Để chiều dài 1200 cm vừa trong khoảng 25 cm trên giấy, ta có thể chọn tỉ lệ 1:50 ($k = 1/50$). Khi đó, chiều dài trên bản vẽ là $1200 \text{ cm} * (1/50) = 24 \text{ cm}$.

Tỉ lệ này hợp lý.

- Nếu chọn 1:100 ($k = 1/100$), chiều dài trên bản vẽ là $1200\text{ cm} \times (1/100) = 12\text{ cm}$. Bản vẽ sẽ nhỏ hơn.

Quyết định: Chúng ta sẽ dùng tỉ lệ **1:100** cho ví dụ bên dưới để dễ tính toán.

2. **Bước 2: Đo đạc và ghi lại kích thước thật**

Dùng thước cuộn đo chính xác chiều dài, chiều rộng của toàn bộ ngôi nhà và của từng phòng (phòng khách, phòng ngủ, bếp, nhà vệ sinh,...). Ghi lại cẩn thận vào một bảng.

Ví dụ bảng đo đạc:

Hạng mục	Kích thước thật (Dài x Rộng)	Kích thước thật (cm)
Tổng thể nhà	10m x 5m	1000cm x 500cm
Phòng khách	5m x 4m	500cm x 400cm
Phòng ngủ	4m x 4m	400cm x 400cm
Bếp & WC	4m x 2m	400cm x 200cm

3. **Bước 3: Chuyển đổi kích thước theo tỉ lệ đã chọn**

Áp dụng tỉ lệ $k = 1/100$ cho tất cả các kích thước đã đo.

Công thức: $\text{Kích thước trên bản vẽ} = \text{Kích thước thật} \times (1/100)$

Ví dụ bảng chuyển đổi (với tỉ lệ 1:100):

Hạng mục	Kích thước thật (cm)	Kích thước trên bản vẽ (cm)
Tổng thể nhà	1000 x 500	10 x 5
Phòng khách	500 x 400	5 x 4
Phòng ngủ	400 x 400	4 x 4
Bếp & WC	400 x 200	4 x 2

4. Bước 4: Vẽ sơ đồ thu nhỏ

Dùng thước kẻ và bút chì để vẽ trên giấy dựa vào bảng kích thước đã chuyển đổi.

- **Vẽ khung bao tổng thể:** Vẽ một hình chữ nhật có kích thước 10cm x 5cm.
- **Vẽ các phòng bên trong:** Dựa vào sơ đồ thực tế, vẽ các hình chữ nhật tương ứng cho từng phòng. Ví dụ, vẽ phòng khách 5cm x 4cm, phòng ngủ 4cm x 4cm... Đảm bảo vị trí của chúng tương đối chính xác như trong thực tế.
- **Vẽ tường:** Các đường kẻ của bạn đại diện cho các bức tường. Độ dày của tường cũng có thể được vẽ tỉ lệ nếu muốn (ví dụ tường 20cm thật -> 0.2cm hay 2mm trên bản vẽ).
- **Thêm chi tiết:** Đánh dấu vị trí cửa ra vào, cửa sổ bằng các ký hiệu đơn giản.

5. Bước 5: Ghi chú và hoàn thiện

Sau khi đã vẽ xong bằng bút chì, bạn có thể tô đậm lại các nét chính.

- **Ghi tên phòng:** Ghi rõ "Phòng khách", "Phòng ngủ"... vào trong các khu vực tương ứng.
- **Ghi chú tỉ lệ:** Ghi ở một góc của bản vẽ, ví dụ: "**TỈ LỆ 1:100**". Đây là thông tin quan trọng nhất của bản vẽ.
- **Kiểm tra lại:** Dùng thước đo lại các kích thước trên bản vẽ để đảm bảo không có sai sót.

Kết luận

Qua bài học và dự án thực hành này, chúng ta đã thấy được sự kết nối chặt chẽ giữa Toán học và đời sống. Lý thuyết về hình đồng dạng, tam giác đồng dạng không chỉ là những công thức khô khan mà còn là công cụ mạnh mẽ giúp chúng ta giải quyết các vấn đề thực tế như đo đạc gián tiếp, thiết kế và tạo ra các bản vẽ kỹ thuật. Việc tự tay vẽ lại sơ đồ ngôi nhà chính là cách tốt nhất để hiểu sâu sắc và ghi nhớ kiến thức này.