

Tổng hợp kiến thức Phương trình và Bất phương trình bậc nhất Lớp 8

Tài liệu này cung cấp một cách đầy đủ và chi tiết các kiến thức cốt lõi về phương trình, bất phương trình bậc nhất một ẩn, cùng các phương pháp giải và ví dụ minh họa cụ thể, giúp học sinh nắm vững và vận dụng hiệu quả.

Phần 1: Phương trình bậc nhất một ẩn

1. Định nghĩa

Phương trình bậc nhất một ẩn là phương trình có dạng $ax + b = 0$, trong đó:

- a, b là các số đã cho (hằng số).
- $a \neq 0$.
- x là ẩn số.

Ví dụ:

- $2x - 6 = 0$ (với $a = 2, b = -6$) là một phương trình bậc nhất một ẩn.
- $-5x + 10 = 0$ (với $a = -5, b = 10$) là một phương trình bậc nhất một ẩn.

2. Hai quy tắc biến đổi phương trình

Để giải phương trình, ta sử dụng hai quy tắc biến đổi tương đương sau:

a. Quy tắc chuyển vế

Nội dung: Khi chuyển một hạng tử từ vế này sang vế kia của một phương trình, ta phải đổi dấu hạng tử đó.

Công thức: $A(x) + B(x) = C(x) \Leftrightarrow A(x) = C(x) - B(x)$

Ví dụ:

1. Giải phương trình $x + 8 = 3$

$$\Leftrightarrow x = 3 - 8$$

$$\Leftrightarrow x = -5$$

2. Giải phương trình $5x = 4x + 9$

$$\Leftrightarrow 5x - 4x = 9$$

$$\Leftrightarrow x = 9$$

b. Quy tắc nhân với một số

Nội dung: Trong một phương trình, ta có thể nhân (hoặc chia) cả hai vế với cùng một số khác 0.

Công thức: $A(x) = B(x) \Leftrightarrow A(x) * c = B(x) * c$ (với $c \neq 0$)

Ví dụ:

1. Giải phương trình $0.5x = 4$

Nhân cả hai vế với 2, ta được:

$$\Leftrightarrow 0.5x * 2 = 4 * 2$$

$$\Leftrightarrow x = 8$$

2. Giải phương trình $-3x = 12$

Chia cả hai vế cho -3, ta được:

$$\Leftrightarrow x = 12 / (-3)$$

$$\Leftrightarrow x = -4$$

3. Cách giải phương trình bậc nhất một ẩn $ax + b = 0$ ($a \neq 0$)

Áp dụng hai quy tắc trên, ta có cách giải tổng quát:

$$ax + b = 0$$

$$\Leftrightarrow ax = -b \text{ (Quy tắc chuyển vế)}$$

$$\Leftrightarrow x = -b/a \text{ (Quy tắc chia)}$$

Vậy phương trình luôn có một nghiệm duy nhất là $x = -b/a$.

Ví dụ:

1. Giải phương trình $4x - 20 = 0$

$$\Leftrightarrow 4x = 20$$

$$\Leftrightarrow x = 20 / 4$$

$$\Leftrightarrow x = 5$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{5\}$.

2. Giải phương trình $\frac{2}{3} * x - 1 = 5$

$$\Leftrightarrow \frac{2}{3} * x = 5 + 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{2}{3} * x = 6$$

$$\Leftrightarrow x = 6 / (\frac{2}{3})$$

$$\Leftrightarrow x = 9$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{9\}$.

4. Các dạng phương trình đưa được về dạng $ax + b = 0$

a. Phương trình tích

Dạng tổng quát: $A(x) \cdot B(x) = 0$

Phương pháp giải: $A(x) \cdot B(x) = 0 \Leftrightarrow A(x) = 0$ hoặc $B(x) = 0$.

Ta giải hai phương trình $A(x) = 0$ và $B(x) = 0$, rồi lấy tất cả các nghiệm của chúng.

Ví dụ:

1. Giải phương trình $(2x - 3)(x + 1) = 0$

$$\Leftrightarrow 2x - 3 = 0 \text{ hoặc } x + 1 = 0$$

$$* \text{ Với } 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow 2x = 3 \Leftrightarrow x = 3/2 \quad * \text{ Với } x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = -1$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{3/2; -1\}$.

2. Giải phương trình $x^2 - 4x = 0$

$$\Leftrightarrow x(x - 4) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ hoặc } x - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ hoặc } x = 4 \text{ Vậy tập nghiệm của phương trình là } S = \{0; 4\}.$$

b. Phương trình chứa ẩn ở mẫu

Các bước giải:

- Bước 1: Tìm điều kiện xác định (ĐKXĐ) của phương trình.** ĐKXĐ là điều kiện của ẩn để tất cả các mẫu trong phương trình đều khác 0.
- Bước 2: Quy đồng mẫu hai vế của phương trình rồi khử mẫu.**
- Bước 3: Giải phương trình vừa nhận được.**

4. **Bước 4: Kết luận.** So sánh các giá trị của ẩn tìm được ở Bước 3 với ĐKXĐ.

Các giá trị thỏa mãn ĐKXĐ chính là nghiệm của phương trình đã cho.

Ví dụ:

Giải phương trình $(x + 2)/(x - 2) - 1/x = 2/(x(x - 2))$

1. ĐKXĐ: $x \neq 2$ và $x \neq 0$.

2. Quy đồng mẫu thức chung là $x(x - 2)$:

$$\Leftrightarrow x(x + 2) / (x(x - 2)) - (x - 2) / (x(x - 2)) = 2 / (x(x - 2))$$

Khử mẫu: $\Rightarrow x(x + 2) - (x - 2) = 2$

3. Giải phương trình:

$$\Leftrightarrow x^2 + 2x - x + 2 = 2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + x = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ hoặc } x + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ hoặc } x = -1$$

4. So sánh với ĐKXĐ:

* $x = 0$ (không thỏa mãn ĐKXĐ, loại).

* $x = -1$ (thỏa mãn ĐKXĐ, nhận).

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{-1\}$.

Phần 2: Bất phương trình bậc nhất một ẩn

1. Định nghĩa

Bất phương trình bậc nhất một ẩn là bất phương trình có một trong các dạng sau:

- $ax + b = 0$
- $ax + b > 0$
- $ax + b \leq 0$
- $ax + b \geq 0$

Trong đó a, b là các số đã cho và $a \neq 0$.

Ví dụ: $3x - 5 > 0$, $-2x + 1 \leq 0$.

2. Hai quy tắc biến đổi bất phương trình

a. Quy tắc chuyển vế

Nội dung: Khi chuyển một hạng tử từ vế này sang vế kia của một bất phương trình, ta phải đổi dấu hạng tử đó. Quy tắc này không làm thay đổi chiều của bất phương trình.

Công thức: $A(x) + B(x) < C(x) \Leftrightarrow A(x) < C(x) - B(x)$

Ví dụ: Giải bất phương trình $x - 5 > 12$

$$\Leftrightarrow x > 12 + 5$$

$$\Leftrightarrow x > 17$$

b. Quy tắc nhân với một số

Nội dung: Khi nhân (hoặc chia) cả hai vế của một bất phương trình với cùng một số khác 0, ta phải:

- **Giữ nguyên chiều** của bất phương trình nếu số đó **dương**.
- **Đổi chiều** của bất phương trình nếu số đó **âm**.

Ví dụ:

1. Giải bất phương trình $4x \leq 16$

$$\Leftrightarrow x \leq 16 / 4 \text{ (Chia cho số dương 4, giữ nguyên chiều)}$$

$$\Leftrightarrow x \leq 4$$

2. Giải bất phương trình $-3x \geq 9$

$$\Leftrightarrow x \leq 9 / (-3) \text{ (Chia cho số âm -3, đổi chiều từ } \geq \text{ thành } \leq)}$$

$$\Leftrightarrow x \leq -3$$

3. Cách giải bất phương trình bậc nhất một ẩn

Ta kết hợp hai quy tắc trên để tìm nghiệm.

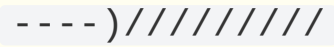
Ví dụ:

1. Giải bất phương trình $2x + 3 \leq 7$

$$\Leftrightarrow 2x \leq 7 - 3 \text{ (Chuyển vế)}$$

$$\Leftrightarrow 2x \leq 4$$

$$\Leftrightarrow x \leq 2 \text{ (Chia cho số dương 2)}$$

Vậy tập nghiệm là $\{x \mid x \leq 2\}$. Biểu diễn trên trục số:  với số 2 là mốc.

2. Giải bất phương trình $4 - 2x \geq 10$

$$\Leftrightarrow -2x \geq 10 - 4 \text{ (Chuyển vế)}$$

$$\Leftrightarrow -2x \geq 6$$

$$\Leftrightarrow x \leq 6 / (-2) \text{ (Chia cho số âm -2, đổi chiều)}$$

$$\Leftrightarrow x \leq -3$$

Vậy tập nghiệm là $\{x \mid x \leq -3\}$. Biểu diễn trên trục số:  với số -3 là mốc.

Phần 3: Giải bài toán bằng cách lập phương trình

Đây là dạng toán ứng dụng thực tế quan trọng, yêu cầu chuyển đổi một bài toán bằng lời văn sang ngôn ngữ toán học (phương trình) để giải quyết.

Các bước giải

1. Bước 1: Lập phương trình

- Chọn ẩn số và đặt điều kiện thích hợp cho ẩn số (ví dụ: số người phải là số nguyên dương, vận tốc phải lớn hơn 0...).
- Biểu diễn các đại lượng chưa biết theo ẩn và các đại lượng đã biết.
- Lập phương trình biểu thị mối quan hệ giữa các đại lượng.

2. Bước 2: Giải phương trình vừa lập được.

3. **Bước 3: Trả lời.** Đối chiếu nghiệm tìm được với điều kiện của ẩn ở Bước 1 để kết luận.

Ví dụ minh họa

Bài toán: Một người đi xe máy từ A đến B với vận tốc 40 km/h. Lúc về, người đó đi với vận tốc 30 km/h nên thời gian về nhiều hơn thời gian đi là 45 phút. Tính quãng đường AB.

Giải:

1. Lập phương trình:

- Gọi độ dài quãng đường AB là x (km). Điều kiện: $x > 0$.
- Thời gian đi từ A đến B là: $t_{\text{đi}} = x / 40$ (giờ).
- Thời gian về từ B đến A là: $t_{\text{về}} = x / 30$ (giờ).
- Đổi 45 phút = $45/60 = 3/4$ giờ.
- Theo đề bài, thời gian về nhiều hơn thời gian đi là $3/4$ giờ, ta có phương trình:

$$(x / 30) - (x / 40) = 3/4$$

2. Giải phương trình:

Mẫu số chung là 120.

$$\Leftrightarrow (4x / 120) - (3x / 120) = 90 / 120$$

$$\Leftrightarrow 4x - 3x = 90$$

$$\Leftrightarrow x = 90$$

3. Trả lời:

Giá trị $x = 90$ thỏa mãn điều kiện $x > 0$.

Vậy quãng đường AB dài 90 km.