

Hệ thống kiến thức Sóng dừng và Giao thoa sóng cơ

I. Giao thoa sóng cơ

1. Khái niệm và điều kiện giao thoa

Giao thoa sóng là hiện tượng hai hay nhiều sóng kết hợp khi gặp nhau thì có những điểm tại đó chúng luôn tăng cường lẫn nhau, và có những điểm tại đó chúng luôn triệt tiêu lẫn nhau, tạo thành một hình ảnh sóng ổn định trong không gian.

Điều kiện để có giao thoa:

- Hai nguồn sóng phải là hai nguồn **kết hợp**, tức là chúng phải dao động cùng phương, cùng tần số (hoặc cùng tần số góc ω) và có độ lệch pha không đổi theo thời gian.

2. Phương trình sóng và biên độ dao động tổng hợp

Xét hai nguồn kết hợp S_1, S_2 cách nhau một khoảng L , có phương trình dao động lần lượt là: $u_1 = A\cos(\omega t + \varphi_1)$ và $u_2 = A\cos(\omega t + \varphi_2)$.

Xét một điểm M trong vùng giao thoa, cách S_1 một khoảng d_1 và cách S_2 một khoảng d_2 . Phương trình sóng do hai nguồn truyền tới M là:

- $u_{1M} = A\cos(\omega t + \varphi_1 - 2\pi d_1/\lambda)$

- $u_{2M} = A \cos(\omega t + \varphi_2 - 2\pi d_2/\lambda)$

Dao động tổng hợp tại M là: $u_M = u_{1M} + u_{2M}$.

Biên độ dao động tổng hợp tại M được tính bằng công thức:

$$A_M = 2A |\cos(\pi(d_2 - d_1)/\lambda + (\varphi_1 - \varphi_2)/2)|$$

Trường hợp đơn giản thường gặp: Hai nguồn cùng pha ($\varphi_1 = \varphi_2$). Khi đó, biên độ tại M là:

$$A_M = 2A |\cos(\pi(d_2 - d_1)/\lambda)|$$

3. Vị trí các điểm cực đại và cực tiểu giao thoa (xét hai nguồn cùng pha)

a. Vị trí cực đại giao thoa

Các điểm dao động với biên độ cực đại ($A_M = 2A$) khi hiệu đường đi từ hai nguồn tới điểm đó bằng một số nguyên lần bước sóng.

Công thức: $d_2 - d_1 = k\lambda$

Trong đó:

- d_1, d_2 là khoảng cách từ điểm M đến hai nguồn S_1, S_2 .
- λ là bước sóng.
- k là một số nguyên ($k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$), gọi là bậc của vân giao thoa.

Ví dụ 1: Tại trung điểm O của S_1S_2 , ta có $d_1 = d_2$, suy ra $d_2 - d_1 = 0$. Với $k=0$, điểm O là một cực đại giao thoa, gọi là cực đại trung tâm.

Ví dụ 2: Một điểm N có $d_1 = 10 \text{ cm}$, $d_2 = 14 \text{ cm}$. Nếu bước sóng $\lambda = 2 \text{ cm}$, ta có $d_2 - d_1 = 4 \text{ cm} = 2\lambda$. Với $k=2$, điểm N nằm trên đường cực đại giao thoa bậc 2.

b. Vị trí cực tiểu giao thoa

Các điểm đứng yên, không dao động ($A_M = 0$) khi hiệu đường đi từ hai nguồn tới điểm đó bằng một số bán nguyên lần bước sóng.

Công thức: $d_2 - d_1 = (k + 1/2)\lambda$

Trong đó k là một số nguyên ($k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$). Quy ước, đường cực tiểu ứng với k và $-k-1$ là cùng một đường.

Ví dụ 1: Một điểm P có $d_1 = 12 \text{ cm}$, $d_2 = 13 \text{ cm}$. Nếu bước sóng $\lambda = 2 \text{ cm}$, ta có $d_2 - d_1 = 1 \text{ cm} = (0 + 1/2)\lambda$. Với $k=0$, điểm P nằm trên đường cực tiểu thứ nhất.

Ví dụ 2: Một điểm Q có $d_1 = 15 \text{ cm}$, $d_2 = 10 \text{ cm}$. Ta có $d_1 - d_2 = 5 \text{ cm}$. Nếu $\lambda = 2 \text{ cm}$, thì $d_1 - d_2 = 2.5\lambda = (2 + 1/2)\lambda$. Vậy Q nằm trên đường cực tiểu thứ 3 (ứng với $k=2$).

4. Số đường cực đại và cực tiểu trên đoạn thẳng nối hai nguồn S_1S_2

Để tìm số đường cực đại/cực tiểu, ta xét các điểm nằm trên đoạn S_1S_2 . Khi đó, -
 S_1S_2 $d_2 - d_1$ S_1S_2 .

• Số đường cực đại:

Ta có: $-S_1S_2 \leq k\lambda \leq S_1S_2$

$-S_1S_2/\lambda \leq k \leq S_1S_2/\lambda$

Số giá trị nguyên của k trong khoảng trên là số đường cực đại.

- **Số đường cực tiểu:**

Ta có: $-S_1 S_2 (k + 1/2) \lambda S_1 S_2$

$$-S_1 S_2 / \lambda - 1/2 \leq k \leq S_1 S_2 / \lambda - 1/2$$

Số giá trị nguyên của k trong khoảng trên là số đường cực tiểu.

Ví dụ: Hai nguồn S_1, S_2 cách nhau 10 cm, dao động cùng pha tạo ra sóng có bước sóng $\lambda = 3$ cm. Tìm số đường cực đại và cực tiểu trên đoạn $S_1 S_2$.

Giải:

- Số cực đại: $-10/3 \leq k \leq 10/3 \Leftrightarrow -3.33 \leq k \leq 3.33$. Các giá trị k nguyên là: -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3. Có **7** đường cực đại.
- Số cực tiểu: $-10/3 - 0.5 \leq k \leq 10/3 - 0.5 \Leftrightarrow -3.83 \leq k \leq 2.83$. Các giá trị k nguyên là: -3, -2, -1, 0, 1, 2. Có **6** đường cực tiểu.

II. Sóng dừng

1. Khái niệm và đặc điểm

Sóng dừng là sóng có các nút và các bụng cố định trong không gian. Sóng dừng được tạo thành do sự giao thoa của sóng tới và sóng phản xạ trên cùng một phương truyền.

- **Nút sóng:** Là những điểm luôn đứng yên (biên độ dao động bằng 0). Khoảng cách giữa hai nút sóng liên tiếp là $\lambda/2$.
- **Bụng sóng:** Là những điểm dao động với biên độ cực đại ($A_{\text{bụng}} = 2a$, với a là biên độ của sóng tới). Khoảng cách giữa hai bụng sóng liên tiếp là $\lambda/2$.

- Khoảng cách giữa một nút và một bụng liên tiếp là $\lambda/4$.
- Tất cả các điểm nằm giữa hai nút liên tiếp (trong cùng một bó sóng) luôn dao động cùng pha. Các điểm thuộc hai bó sóng liên kế thì dao động ngược pha.

2. Điều kiện để có sóng dừng trên một sợi dây có chiều dài l

Điều kiện để có sóng dừng phụ thuộc vào việc các đầu của sợi dây được giữ cố định hay để tự do.

Trường hợp	Điều kiện về chiều dài dây	Số bụng sóng	Số nút sóng
Dây có hai đầu cố định (Hai đầu là hai nút sóng)	$l = k * (\lambda/2)$ $(k \in \mathbb{N}^*)$	k (số bó sóng)	$k + 1$
Dây có một đầu cố định, một đầu tự do (Một đầu là nút, một đầu là bụng)	$l = (2k + 1) * (\lambda/4)$ $(k \in \mathbb{N})$	$k + 1$	$k + 1$

a. Trường hợp hai đầu cố định

Chiều dài của dây phải bằng một số nguyên lần nửa bước sóng.

Công thức: $l = k * (\lambda/2)$ (với $k = 1, 2, 3, \dots$ là số bó sóng trên dây)

Ví dụ 1: Một sợi dây đàn hồi dài 60 cm có hai đầu cố định. Trên dây có sóng dừng với 3 bụng sóng. Tìm bước sóng.

Giải: Hai đầu cố định, 3 bụng sóng $\Rightarrow k = 3$. Áp dụng công thức $l = k(\lambda/2) \Rightarrow 60 = 3(\lambda/2) \Rightarrow \lambda = 40 \text{ cm}$.

Ví dụ 2: Một sợi dây dài 1m, hai đầu cố định, được kích thích dao động với tần số f . Tốc độ truyền sóng trên dây là 20 m/s. Để có sóng dừng trên dây, tần số f phải thỏa mãn điều kiện gì? Tìm tần số nhỏ nhất.

Giải: Ta có $\lambda = v/f$. Điều kiện sóng dừng là $l = k(\lambda/2) = k(v/2f) \Rightarrow f = k * (v/2l)$.

Tần số nhỏ nhất (âm cơ bản) ứng với $k=1$: $f_{\min} = v/(2l) = 20 / (2*1) = 10 \text{ Hz}$.

Vậy tần số phải là bội số của 10 Hz (10Hz, 20Hz, 30Hz,...).

b. Trường hợp một đầu cố định, một đầu tự do

Chiều dài của dây phải bằng một số lẻ lần một phần tư bước sóng.

Công thức: $l = (2k + 1) * (\lambda/4)$ (với $k = 0, 1, 2, \dots$)

Ví dụ 1: Một sợi dây dài 70 cm, một đầu cố định, đầu còn lại để tự do. Tốc độ truyền sóng trên dây là 28 m/s. Tìm tần số nhỏ nhất để có sóng dừng.

Giải: Điều kiện sóng dừng: $l = (2k+1)\lambda/4 = (2k+1)v/(4f) \Rightarrow f = (2k+1)v/(4l)$.

Tần số nhỏ nhất ứng với $k=0$: $f_{\min} = v/(4l) = 28 / (4 * 0.7) = 10 \text{ Hz}$.

Ví dụ 2: Trên một sợi dây có một đầu cố định, một đầu tự do đang có sóng dừng với 3 nút sóng. Biết dây dài 50 cm. Tính bước sóng.

Giải: Với một đầu cố định, một đầu tự do, số nút = $k + 1$. Có 3 nút sóng $\Rightarrow k+1=3 \Rightarrow k=2$. Áp dụng công thức: $l = (2k+1)\lambda/4 \Rightarrow 50 = (2*2+1)\lambda/4 = 5\lambda/4 \Rightarrow \lambda = 40 \text{ cm}$.

3. Phương trình sóng dừng (chọn gốc tọa độ O tại một nút sóng)

Phương trình dao động của một điểm M trên dây, cách nút sóng O một khoảng x là:

$$u_M = 2a * |\sin(2\pi x/\lambda)| * \cos(\omega t + \varphi)$$

Trong đó, biên độ dao động của điểm M là:

$$A_M = 2a * |\sin(2\pi x/\lambda)|$$

- a là biên độ của sóng tới (hoặc sóng phản xạ).
- Tại các nút sóng, $\sin(2\pi x/\lambda) = 0 \Rightarrow A_M = 0$.
- Tại các bụng sóng, $|\sin(2\pi x/\lambda)| = 1 \Rightarrow A_M = 2a$ (biên độ cực đại).

Ví dụ: Một sóng dừng trên dây có phương trình $u = 4\sin(\pi x/2)\cos(20\pi t)$ (cm), trong đó x tính bằng cm, t tính bằng s. Tìm biên độ của bụng sóng và tốc độ truyền sóng.

Giải:

- Từ phương trình, biên độ của bụng sóng là $A_{\text{bụng}} = 4$ cm.
- Đối chiếu với công thức $A_M = 2a|\sin(2\pi x/\lambda)|$, ta có $2\pi/\lambda = \pi/2 \Rightarrow \lambda = 4$ cm.
- Từ phần $\cos(\omega t)$, ta có $\omega = 20\pi$ rad/s.
- Tốc độ truyền sóng: $v = \lambda * f = \lambda * (\omega/2\pi) = 4 * (20\pi/2\pi) = 40$ cm/s.