

Tổng hợp kiến thức Giao thoa Y-âng với ánh sáng đa sắc

Thí nghiệm Y-âng (Young) là một thí nghiệm quan trọng chứng tỏ tính chất sóng của ánh sáng. Khi thực hiện với ánh sáng đa sắc (hỗn hợp của nhiều ánh sáng đơn sắc), ta sẽ quan sát được hệ vân giao thoa phức tạp hơn. Chuyên đề này tập trung vào trường hợp giao thoa với hai hoặc ba bức xạ đơn sắc.

I. Giao thoa với hai bức xạ đơn sắc (λ_1, λ_2)

Khi chiếu đồng thời hai bức xạ có bước sóng λ_1 và λ_2 vào hai khe Y-âng, trên màn quan sát sẽ có hai hệ vân giao thoa của từng bức xạ chồng chập lên nhau.

1. Vị trí vân sáng, vân tối của từng bức xạ

- **Vị trí vân sáng:** $x_s = k * (\lambda D/a) = k * i$ (với $k \in \mathbb{Z}$)
- **Vị trí vân tối:** $x_t = (k + 0.5) * (\lambda D/a) = (k + 0.5) * i$ (với $k \in \mathbb{Z}$)

Trong đó:

- **a:** khoảng cách giữa hai khe hẹp S_1, S_2 .
- **D:** khoảng cách từ mặt phẳng chứa hai khe đến màn quan sát.
- **λ :** bước sóng của ánh sáng đơn sắc.
- **i:** khoảng vân (khoảng cách giữa hai vân sáng hoặc hai vân tối liên tiếp).

2. Vị trí vân sáng trùng nhau (vân cùng màu vân trung tâm)

Tại một vị trí trên màn, nếu vân sáng của bức xạ λ_1 trùng với vân sáng của bức xạ λ_2 , ta gọi đó là vị trí vân sáng trùng nhau. Tại đây, ánh sáng có màu sắc là sự tổng hợp của hai màu tương ứng.

Điều kiện trùng nhau: $x_{s1} = x_{s2}$

Công thức: $k_1 * i_1 = k_2 * i_2 \Leftrightarrow k_1 * \lambda_1 = k_2 * \lambda_2$

Từ đó suy ra tỉ lệ: $k_1/k_2 = \lambda_2/\lambda_1 = b/c$ (phân số tối giản).

- Vị trí các vân sáng trùng nhau được xác định bởi: **$x_{\text{trùng}} = k * b * i_1 = k * c * i_2$** (với $k \in \mathbb{Z}$).
- Vị trí vân sáng trùng nhau gần vân trung tâm nhất ($k=1$) ứng với: **$k_1 = b$** và **$k_2 = c$** .

Khoảng vân trùng ($i_{\text{trùng}}$)

Khoảng vân trùng là khoảng cách giữa hai vân sáng liên tiếp có màu giống vân trung tâm.

Công thức: **$i_{\text{trùng}} = b * i_1 = c * i_2 = \text{BCNN}(i_1, i_2)$**

Ví dụ 1: Trong thí nghiệm Y-âng, $a = 1 \text{ mm}$, $D = 2 \text{ m}$. Chiếu đồng thời hai bức xạ $\lambda_1 = 0,6 \text{ }\mu\text{m}$ và $\lambda_2 = 0,4 \text{ }\mu\text{m}$. Tìm vị trí vân sáng cùng màu vân trung tâm gần nhất.

Giải:

Ta có: $k_1\lambda_1 = k_2\lambda_2 \Rightarrow k_1/k_2 = \lambda_2/\lambda_1 = 0,4/0,6 = 2/3$.

Vị trí trùng nhau gần nhất ứng với $k_1 = 2$ và $k_2 = 3$.

Vị trí đó là: $x = k_1 * (\lambda_1 D/a) = 2 * (0,6 \cdot 10^{-6} * 2 / 1 \cdot 10^{-3}) = 2,4 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 2,4 \text{ mm}$.

Ví dụ 2: Trong ví dụ trên, hãy tính khoảng vân trùng.

Giải:

$$i_1 = \lambda_1 D/a = 1,2 \text{ mm.}$$

$$i_2 = \lambda_2 D/a = 0,8 \text{ mm.}$$

Ta có $k_1/k_2 = 2/3$. Khoảng vân trùng $i_{\text{trùng}} = 2 * i_1 = 2 * 1,2 = 2,4 \text{ mm.}$ (Hoặc $i_{\text{trùng}} = 3 * i_2 = 3 * 0,8 = 2,4 \text{ mm.}$)

3. Vị trí vân sáng của λ_1 trùng với vân tối của λ_2

Điều kiện: $x_{s1} = x_{t2}$

Công thức: $k_1 * \lambda_1 = (k_2 + 0.5) * \lambda_2$

Ví dụ: Trong thí nghiệm Y-âng, $a = 2 \text{ mm}$, $D = 2 \text{ m}$, $\lambda_1 = 0,5 \mu\text{m}$, $\lambda_2 = 0,4 \mu\text{m}$.

Tìm vị trí mà vân sáng bậc 4 của λ_1 trùng với một vân tối của λ_2 .

Giải:

Ta có: $x_{s1} = 4 * (\lambda_1 D/a) = 4 * (0,5 \cdot 10^{-6} * 2 / 2 \cdot 10^{-3}) = 2 \text{ mm.}$

Vị trí này phải là vị trí vân tối của λ_2 : $x_{t2} = (k_2 + 0.5) * (\lambda_2 D/a) = (k_2 + 0.5) * 0,4 \text{ mm.}$

Cho $x_{s1} = x_{t2} \Rightarrow 2 = (k_2 + 0.5) * 0,4 \Rightarrow k_2 + 0.5 = 5 \Rightarrow k_2 = 4,5$. Vì k_2 phải là số nguyên nên không có sự trùng hợp này.

Nếu đề hỏi tìm vị trí đầu tiên mà vân sáng λ_1 trùng vân tối λ_2 , ta giải phương trình: $k_1 * 0,5 = (k_2 + 0.5) * 0,4 \Rightarrow 5k_1 = 4k_2 + 2$. Cặp (k_1, k_2) nguyên nhỏ nhất thỏa mãn là $(k_1=2, k_2=2)$. Vị trí đó là $x = 2 * (0,5 * 2 / 2) = 1 \text{ mm.}$

4. Bài toán đếm số vân sáng quan sát được trên một miền

Để tìm số vân sáng quan sát được trên một miền có bề rộng L (đối xứng qua vân trung tâm), ta thực hiện các bước sau:

1. Tính số vân sáng của bức xạ λ_1 : $N_1 = 2 * \text{floor}(L / (2*i_1)) + 1$
2. Tính số vân sáng của bức xạ λ_2 : $N_2 = 2 * \text{floor}(L / (2*i_2)) + 1$
3. Tính số vân sáng trùng nhau của hai bức xạ: $N_{\text{trùng}} = 2 * \text{floor}(L / (2*i_{\text{trùng}})) + 1$
4. Số vân sáng quan sát được là: $N_{\text{qs}} = N_1 + N_2 - N_{\text{trùng}}$

Ví dụ: Trong thí nghiệm Y-âng, $a = 1 \text{ mm}$, $D = 2 \text{ m}$, $\lambda_1 = 0,6 \mu\text{m}$, $\lambda_2 = 0,4 \mu\text{m}$. Bề rộng trường giao thoa là $L = 10 \text{ mm}$. Tìm số vạch sáng quan sát được.

Giải:

$$i_1 = 1,2 \text{ mm}; i_2 = 0,8 \text{ mm}; i_{\text{trùng}} = 2,4 \text{ mm}.$$

$$N_1 = 2 * \text{floor}(10 / (2*1,2)) + 1 = 2 * \text{floor}(4,16) + 1 = 2*4 + 1 = 9.$$

$$N_2 = 2 * \text{floor}(10 / (2*0,8)) + 1 = 2 * \text{floor}(6,25) + 1 = 2*6 + 1 = 13.$$

$$N_{\text{trùng}} = 2 * \text{floor}(10 / (2*2,4)) + 1 = 2 * \text{floor}(2,08) + 1 = 2*2 + 1 = 5.$$

$$\text{Số vạch sáng quan sát được: } N_{\text{qs}} = 9 + 13 - 5 = 17 \text{ vạch}.$$

II. Giao thoa với ba bức xạ đơn sắc ($\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$)

Phương pháp tương tự như trường hợp hai bức xạ nhưng phức tạp hơn trong việc xét các trường hợp trùng nhau.

1. Vị trí các vân sáng trùng nhau

a. Trùng của cả ba bức xạ

Điều kiện: $x_{s1} = x_{s2} = x_{s3} \Leftrightarrow k_1\lambda_1 = k_2\lambda_2 = k_3\lambda_3$

Vị trí trùng: $x_{\text{trùng}}(123) = k * i_{\text{trùng}}(123)$

Khoảng vân trùng ba: $i_{\text{trùng}}(123) = \text{BCNN}(i_1, i_2, i_3)$

Ví dụ: Giao thoa với 3 bức xạ $\lambda_1 = 0,4 \mu\text{m}$, $\lambda_2 = 0,5 \mu\text{m}$, $\lambda_3 = 0,6 \mu\text{m}$. Biết $a = 1\text{mm}$, $D = 2\text{m}$. Tìm khoảng vân trùng của cả 3 bức xạ.

Giải:

$i_1 = 0,8 \text{ mm}$; $i_2 = 1,0 \text{ mm}$; $i_3 = 1,2 \text{ mm}$.

$i_{\text{trùng}}(123) = \text{BCNN}(0,8; 1,0; 1,2) = \text{BCNN}(4/5; 1; 6/5)$. Ta tìm $\text{BCNN}(4,1,6) / \text{UCLN}(5,1,5) = 12/1 = 12 \text{ mm}$. (Lưu ý cách tìm BCNN cho số hữu tỉ). Hoặc

$i_{\text{trùng}}(123) = 15*i_1 = 12*i_2 = 10*i_3 = 12 \text{ mm}$.

b. Trùng của hai trong ba bức xạ

- Trùng của λ_1 và λ_2 : $i_{\text{trùng}}(12) = \text{BCNN}(i_1, i_2)$
- Trùng của λ_1 và λ_3 : $i_{\text{trùng}}(13) = \text{BCNN}(i_1, i_3)$
- Trùng của λ_2 và λ_3 : $i_{\text{trùng}}(23) = \text{BCNN}(i_2, i_3)$

2. Bài toán đếm số vạch sáng quan sát được

Sử dụng nguyên lý bù trừ (Inclusion-Exclusion Principle):

$$N_{\text{qs}} = (N_1 + N_2 + N_3) - (N_{\text{trùng}}(12) + N_{\text{trùng}}(13) + N_{\text{trùng}}(23)) + N_{\text{trùng}}(123)$$

Giải thích:

- Tổng số vân của từng bức xạ ($N_1 + N_2 + N_3$).
- Trừ đi số vân trùng của các cặp (vì đã đếm 2 lần).
- Cộng lại số vân trùng của cả ba (vì ở bước trên, nó bị trừ đi 3 lần trong khi chỉ được cộng 3 lần, nên cần cộng lại 1 lần).

Ví dụ: Dùng các thông số của ví dụ trên ($\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$), tìm số vạch sáng quan sát được trong khoảng giữa hai vân sáng liên tiếp cùng màu với vân trung tâm.

Giải:

Khoảng đang xét là $L = i_{\text{trùng}}(123) = 12 \text{ mm}$. Ta chỉ xét một phía và không tính vân trung tâm và vân trùng ở biên.

Trong khoảng $(0, 12) \text{ mm}$:

Số vân của λ_1 : $k_1 \frac{12}{i_1} = 12/0,8 = 15 \Rightarrow$ có 14 vân.

Số vân của λ_2 : $k_2 \frac{12}{i_2} = 12/1,0 = 12 \Rightarrow$ có 11 vân.

Số vân của λ_3 : $k_3 \frac{12}{i_3} = 12/1,2 = 10 \Rightarrow$ có 9 vân.

$i_{\text{trùng}}(12) = \text{BCNN}(0.8, 1.0) = 4 \text{ mm}$. Số vân trùng 12: $k \frac{12}{4} = 3 \Rightarrow$ có 2 vân.

$i_{\text{trùng}}(13) = \text{BCNN}(0.8, 1.2) = 2.4 \text{ mm}$. Số vân trùng 13: $k \frac{12}{2.4} = 5 \Rightarrow$ có 4 vân.

$i_{\text{trùng}}(23) = \text{BCNN}(1.0, 1.2) = 6 \text{ mm}$. Số vân trùng 23: $k \frac{12}{6} = 2 \Rightarrow$ có 1 vân.

Vân trùng của cả ba không có trong khoảng này (chỉ có ở $x=0$ và $x=12 \text{ mm}$).

Số vạch sáng quan sát được là: $N_{\text{qs}} = (14 + 11 + 9) - (2 + 4 + 1) + 0 = 34 - 7 = 27$ vạch.

Nếu tính cả 2 vân trùng ở hai đầu thì sẽ là $27 + 2 = 29$ vạch.

III. Bảng tóm tắt công thức

Nội dung	Giao thoa 2 bức xạ (λ_1, λ_2)	Giao thoa 3 bức xạ ($\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$)
Điều kiện vân sáng trùng nhau	$k_1\lambda_1 = k_2\lambda_2$	$k_1\lambda_1 = k_2\lambda_2 = k_3\lambda_3$
Khoảng vân trùng	$i_{\text{trùng}} = \text{BCNN}(i_1, i_2)$	$i_{\text{trùng}}(123) = \text{BCNN}(i_1, i_2, i_3)$
Số vân sáng quan sát được	$N_{\text{qs}} = N_1 + N_2 - N_{\text{trùng}}$	$N_{\text{qs}} = (N_1 + N_2 + N_3) - (N_{12} + N_{13} + N_{23}) + N_{123}$